



VIENNA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF GEODESY
AND GEOINFORMATION

Von Satelliten und Quasaren in der Geodäsie

Johannes Böhm

Technische Universität Wien

Fakultät für Mathematik und Geoinformation

Sankt Pölten, 20. März 2014

Inhalt

- Teil 1
 - Höhere Geodäsie
 - Very Long Baseline Interferometry
 - Erdrotation
- Teil 2
 - Global Navigation Satellite Systems

Höhere Geodäsie (1)

- ... beschäftigt sich mit der **Gestalt der Erde**, dem **Erdschwerefeld**, dem **Rotationsverhalten der Erde**, sowie globalen dynamischen Prozessen an ihrer Oberfläche wie Plattentektonik oder Meeresspiegelvariationen

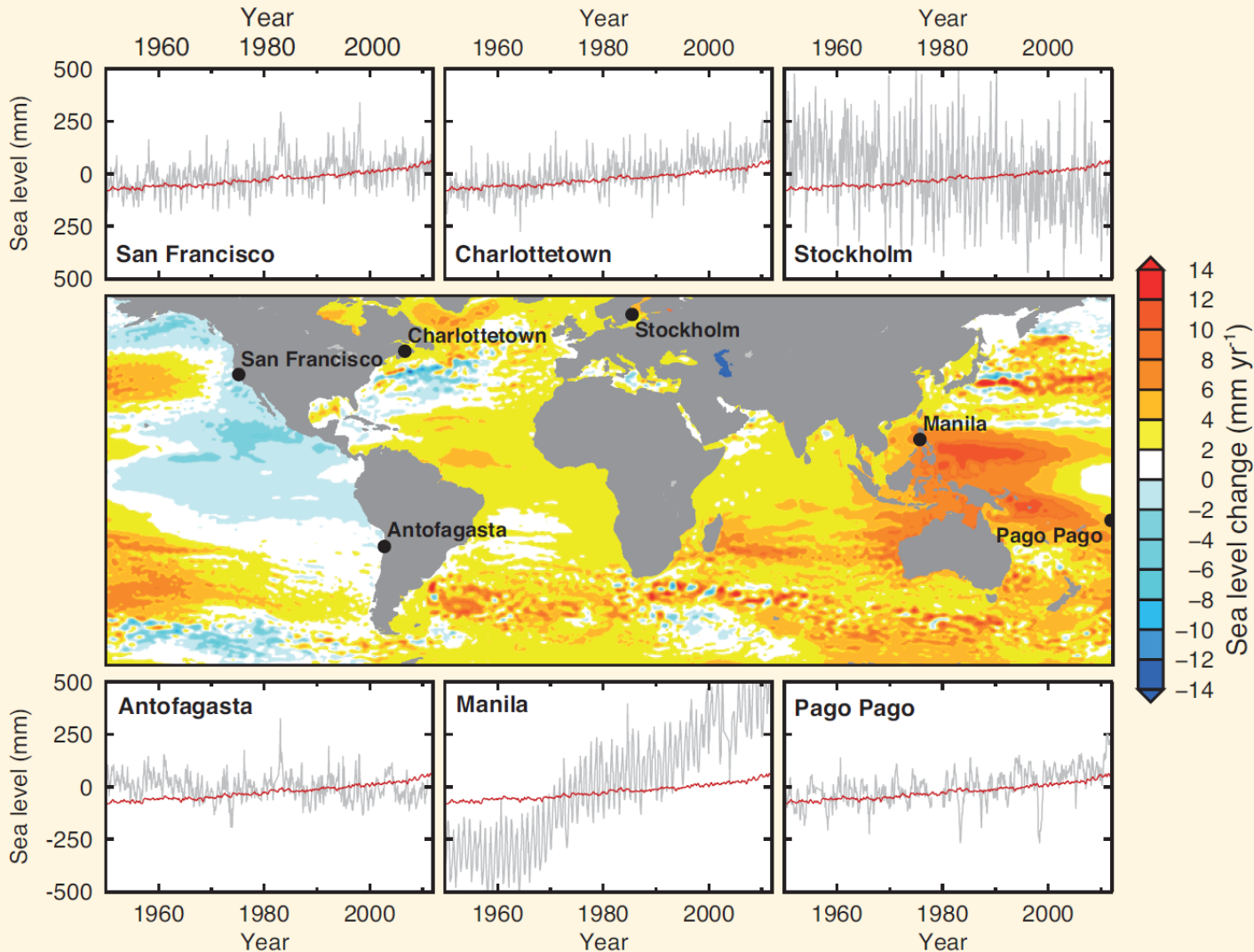
Höhere Geodäsie (2)

- ... bedient sich dabei unter anderem **moderner geodätischer Weltraumverfahren**, insbesondere globaler Satellitennavigationssysteme und der Very Long Baseline Interferometry (VLBI)

Höhere Geodäsie (3)

- ... leistet einen wesentlichen Beitrag zum besseren Verständnis des Systems Erde und liefert in Form von **genauen und stabilen Referenzsystemen** die Grundlage für die exakte Positionierung auf der Erde und im Weltraum sowie für die Beobachtung des Global Change

Meeresspiegelanstieg



IPCC Report

Moderne Geodätische Weltraumverfahren

- Very Long Baseline Interferometry (VLBI)
- Global Navigation Satellite Systems (GNSS)
- Satellite/Lunar Laser Ranging (SLR/LLR)
- Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS)
- Schwerefeldmissionen (GRACE, GOCE)
- Altimetrie
- ...

mit Beiträgen von Hana Krásná

VERY LONG BASELINE INTERFEROMETRY (VLBI)

Radioantenne von K. Jansky

- Jansky stellte 1932 fest, dass die Milchstraße Radiostrahlung emittiert



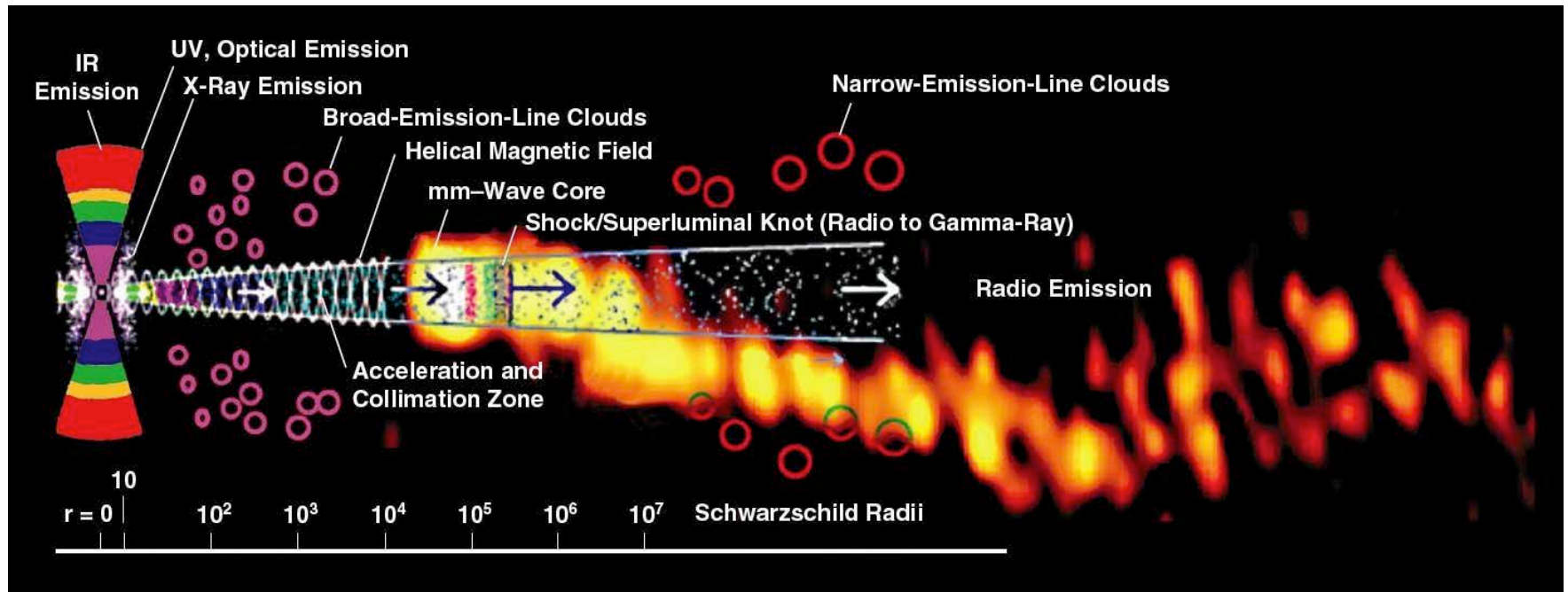
Nachbau in Greenbank, Bild von Alan Whitney

Radioteleskope heute



Wettzell, Bayerischer Wald, Bild von A. Neidhardt

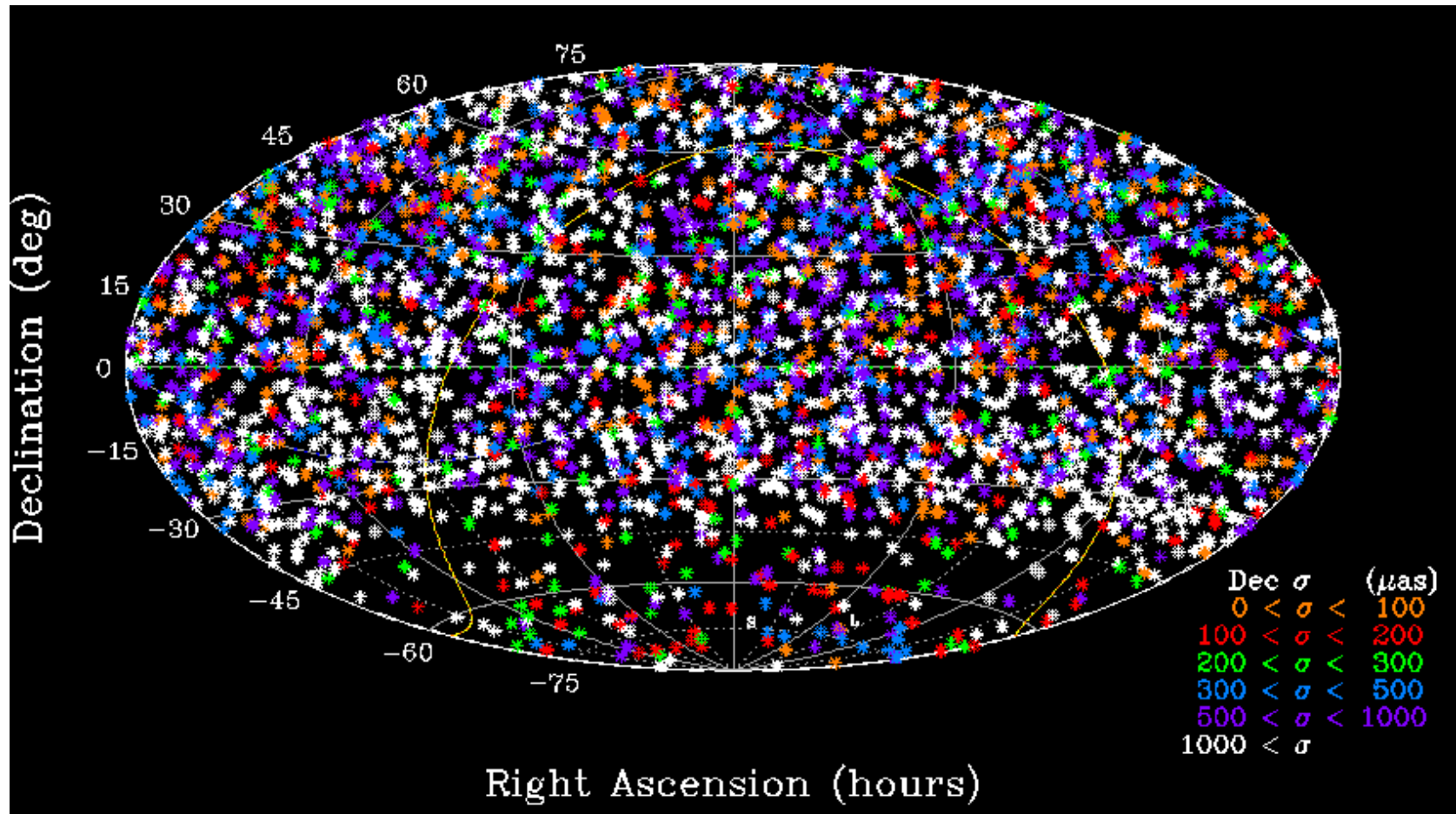
Extragalaktische Radioquellen



Credit: A. Marscher, Proc. Sci., Italy, 2006; Overlay image: Krichbaum, et al, IRAM, 1999; Montage: Wehrle et al, ASTRO-2010, no. 310.

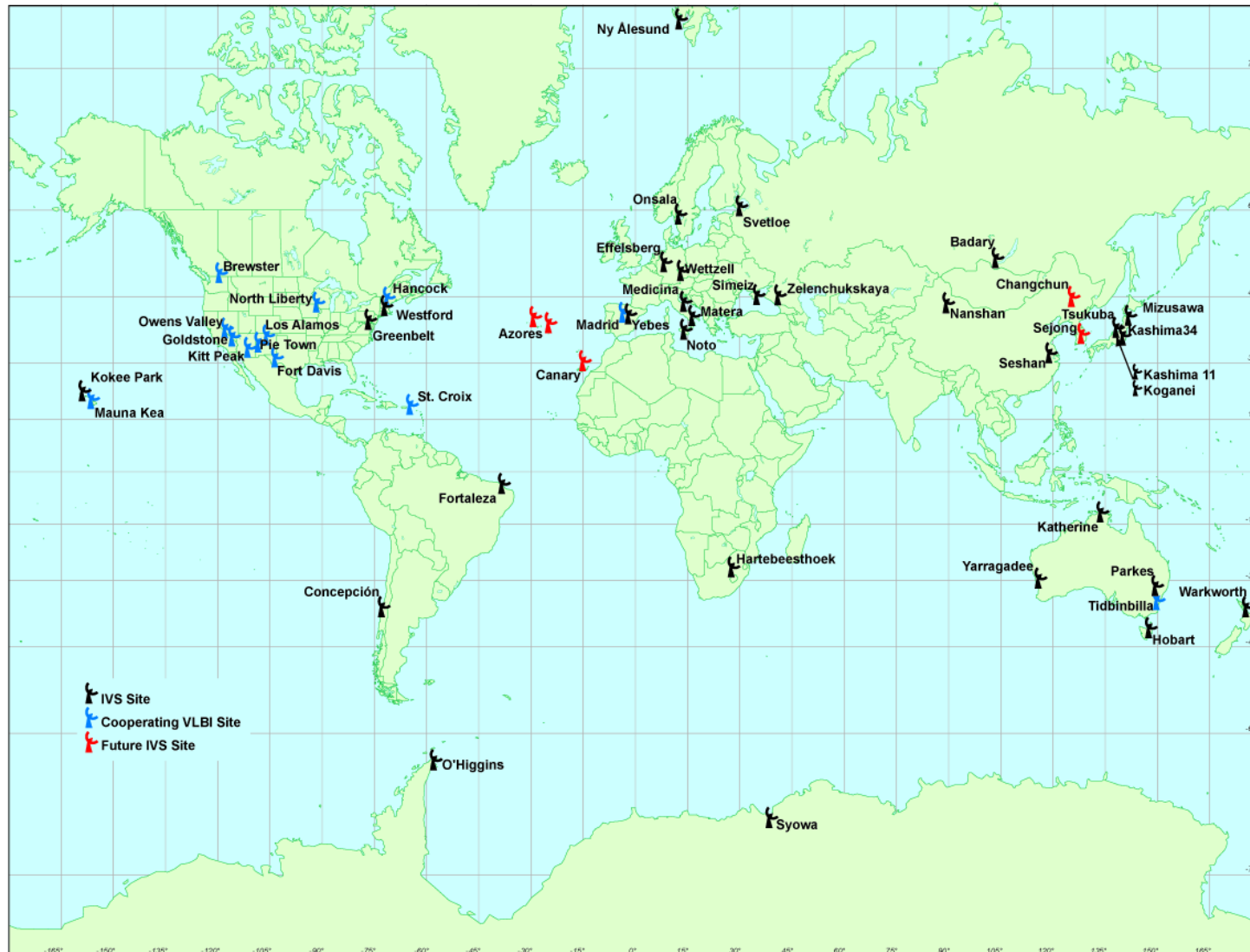
Vergleich Proxima Centauri in 4 Lichtjahren
Entfernung (Eigenbewegung, Messgenauigkeit)

International Celestial Reference Frame (S/X)



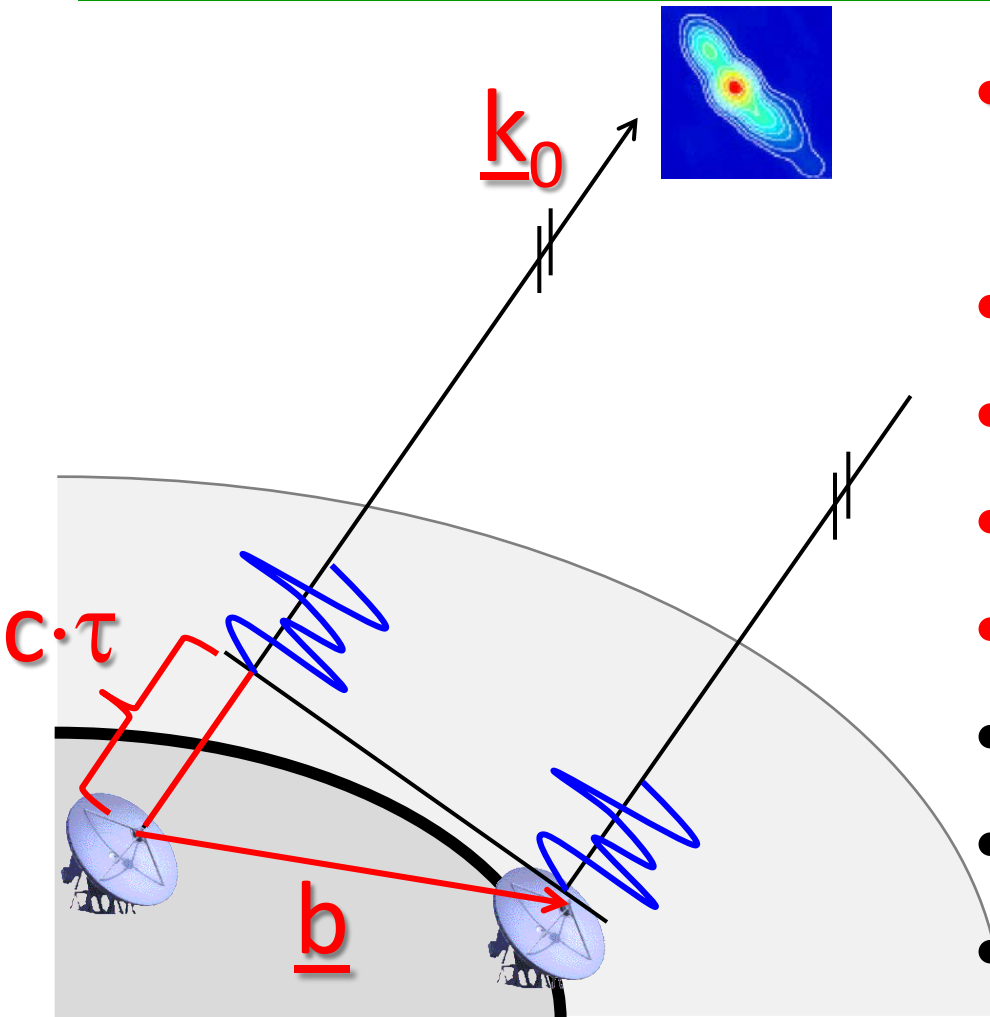
Ma et al., 2009, IERS

VLBI Stationsnetzwerk



IVS

VLBI Messprinzip

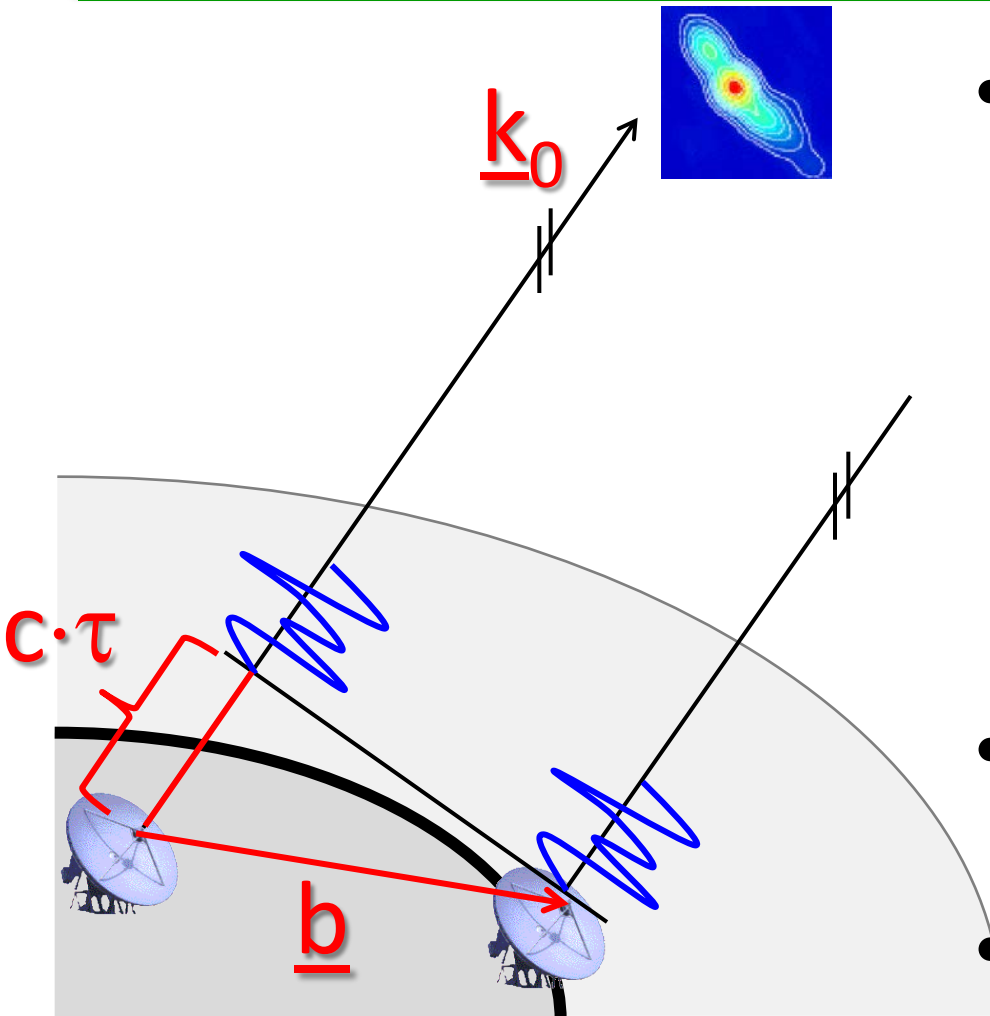


- $c \cdot \tau = -\underline{b} \cdot \text{WSN} \cdot \underline{k}_0$

- c Lichtgeschwindigkeit
- τ Laufzeitdifferenz
- \underline{b} Basisvektor
- \underline{k}_0 Quellenvektor
- W Polbewegung
- S Erdrotation
- N Nutation

EOB

VLBI Messprinzip



- Aufzeichnung von Radiowellen der Quasare
 - 8 Kanäle im X-Band
 - 6 Kanäle im S-Band
 - Zeit mit 10^{-15}
 - Datenstrom 1 Gbit/s
 - Harddisks
- Transport mit surface mail
 - manchmal übers Netz
- Korrelation

VLBI Korrelator

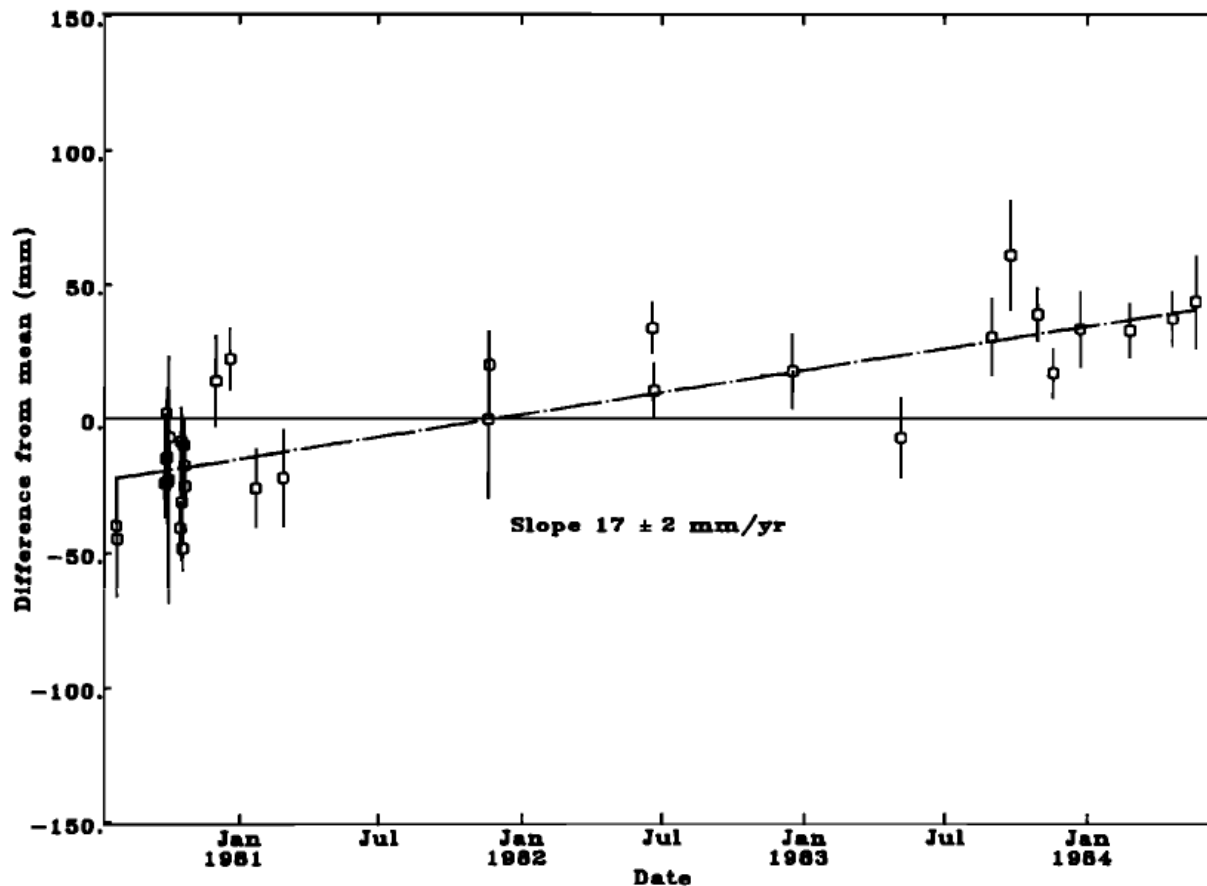


$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T V_1(t) \cdot V_2^*(t - \tau) \cdot dt$$



Erster messtechnischer Nachweis der Plattentektonik

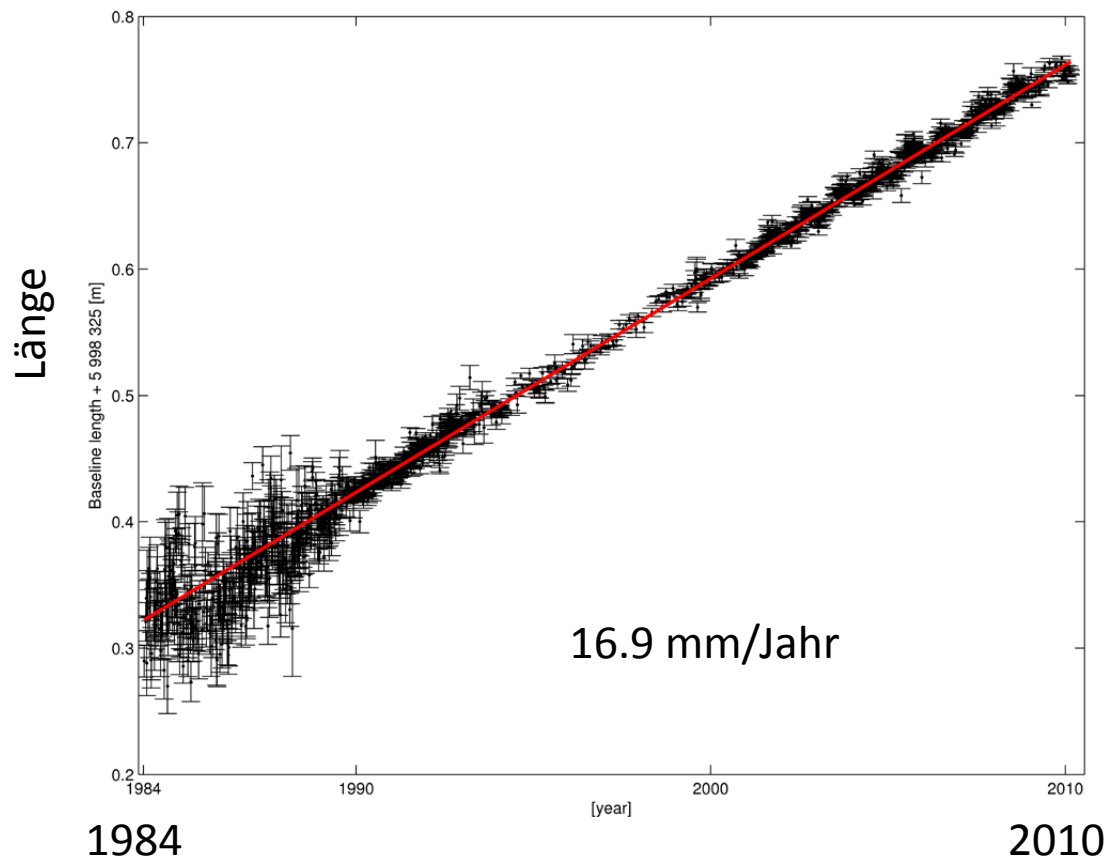
- Haystack, MA nach Onsala, SWE



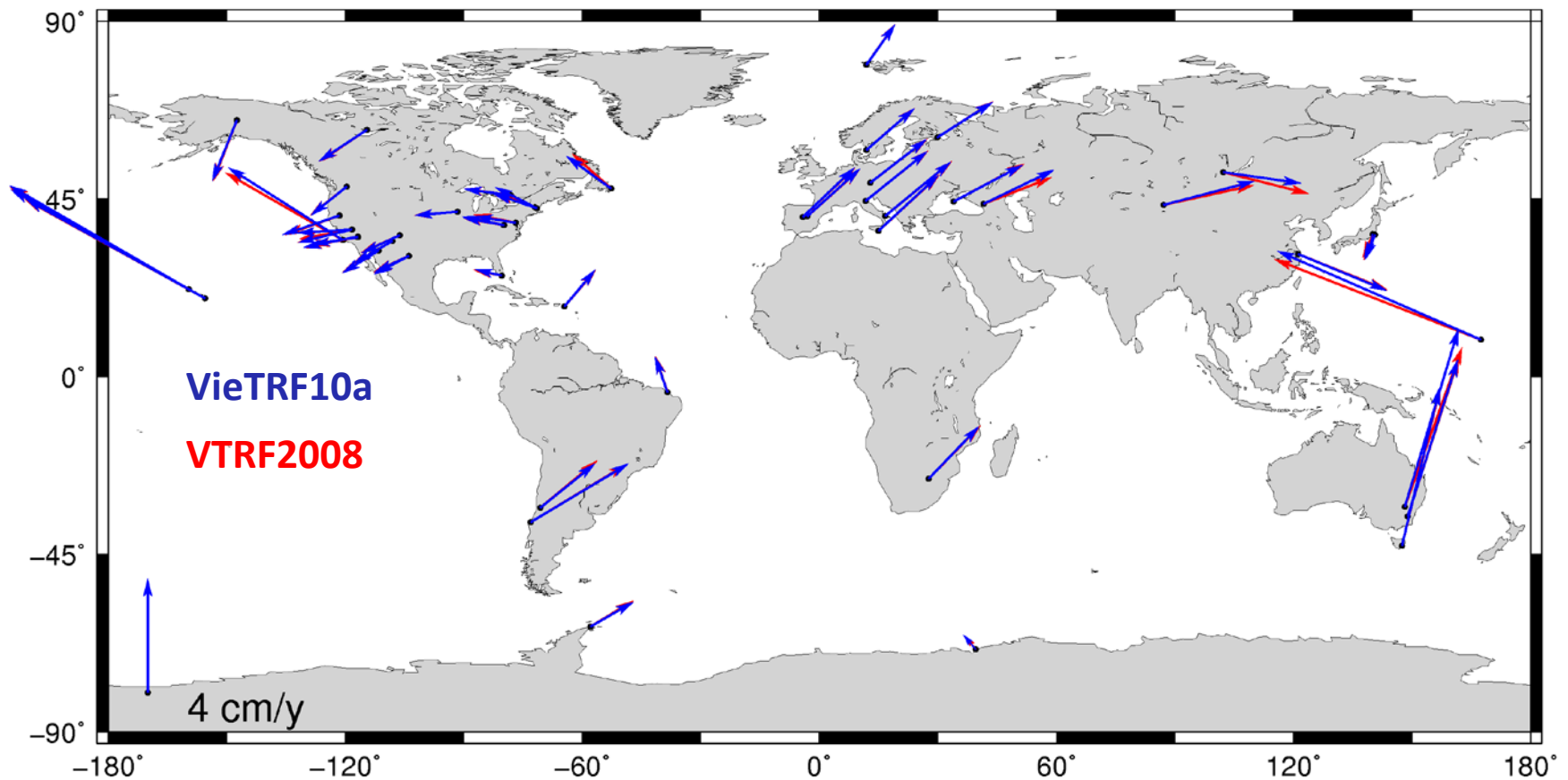
Herring et al., 1986

... und heute

- Westford, MA nach Wettzell, GER



Terrestrischer Referenzrahmen



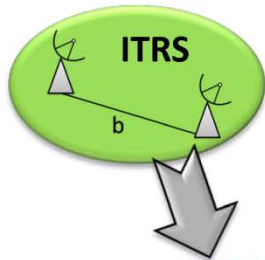
Krasna, 2011

VLBI Datenauswertung

- Relativistisches Modell
- Erdrotation
- Deformationen
 - Gezeiten der festen Erde
 - Atmosphärische Auflasteffekte
 - Ozeanische Auflasteffekte
- Atmosphärische Laufzeiten
 - Ionosphäre, Troposphäre
- Ziel: o–c möglichst klein

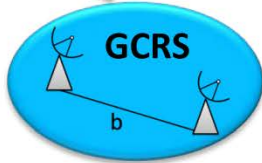
Relativistisches Modell

International Terrestrial Reference System

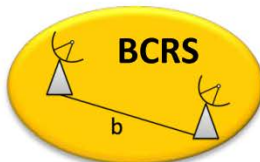


$$\vec{b}_{GCRS} = PNRW \cdot \vec{b}_{ITRS}$$

Geocentric Celestial Reference System



Lorentz-transformation



Barycentric Celestial Reference System



$$\tau = \frac{-\vec{s}_0 \cdot \vec{b}}{c}$$

retarded baseline
corr.

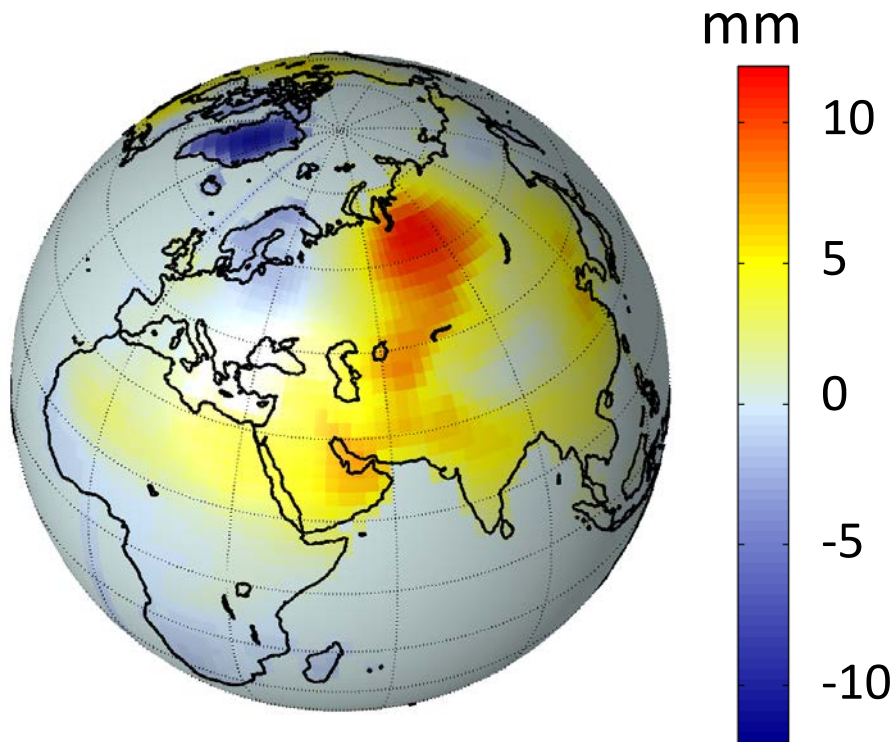
gravitational
retardation

Lorentz-transformation

τ in TT-frame

Lucia Plank

Atmosphärische Auflasteffekte



Schindelegger

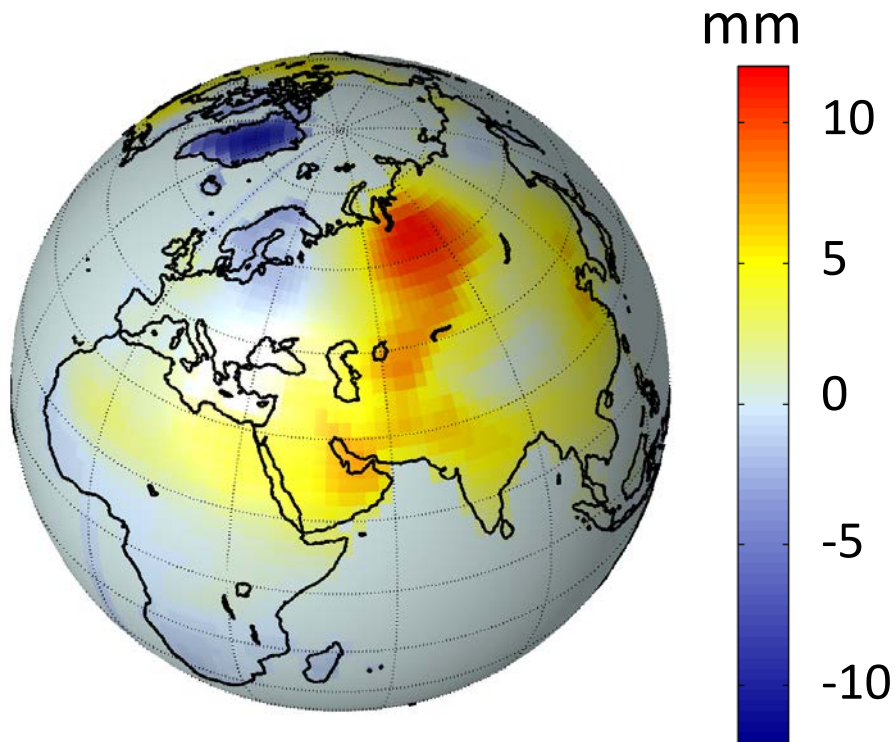
$$u_r = \iint_{\text{Erde}} (p_s - p_{ref}) \cdot G_R(\psi) \cdot ds$$

p_s Oberflächendruck

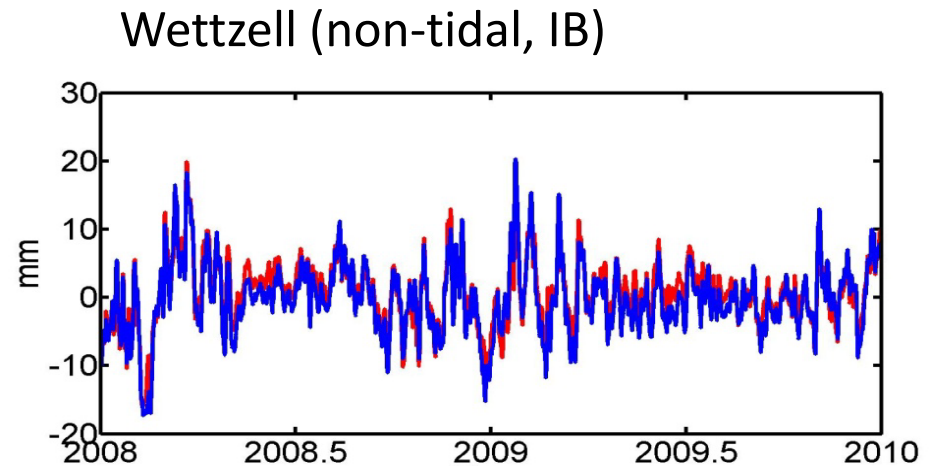
p_{ref} Referenzdruck

G_R Green'sche Funkt.

Atmosphärische Auflasteffekte



Schindelegger



[Wijaya et al., 2011]

[Petrov and Boy, 2004]

Kleinste-Quadrate Ausgleichung

- ... ist von großer Bedeutung in der Geodäsie
- Mehr Beobachtungen als Unbekannte
- Genauigkeitsangaben möglich

$$A \cdot dx = l + v$$

Produkte der VLBI mit Genauigkeit

- Erdorientierungsparameter: 50 μs
- Terrestrischer Referenzrahmen: 5 mm
- Himmelsfester Referenzrahmen: 40 bis 250 μs
- Ziel: 1 mm bzw. 0.1 mm/Jahr

3 mm/Jahr
Meeresspiegelanstieg

Multi-Media

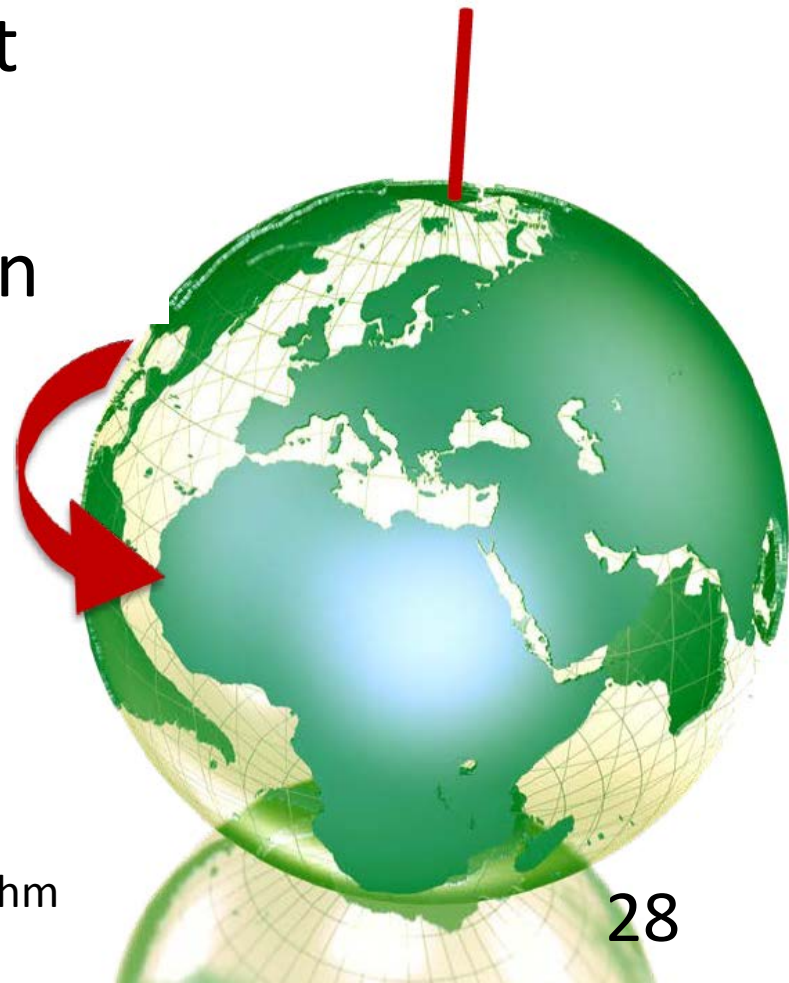
- [IVS Live](#)
 - Herausforderungen beim Scheduling
- [NASA Clip zur VLBI](#)

mit Beiträgen von Sigrid Böhm und Michael Schindelegger

ERDROTATION

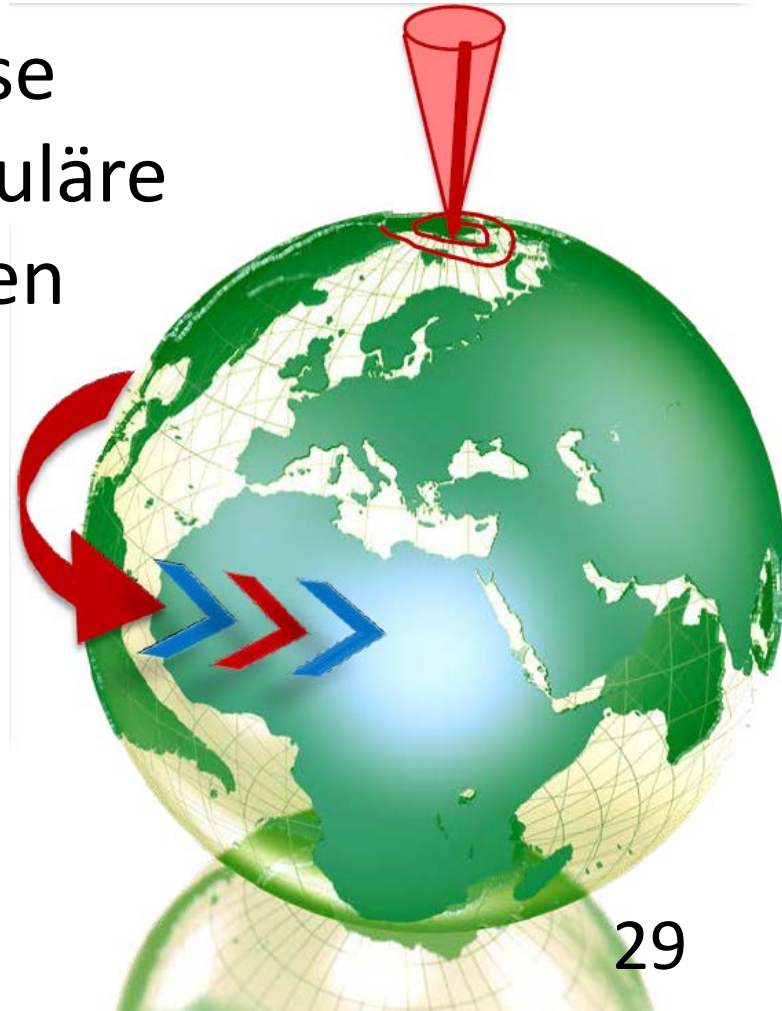
Phänomene der Erdrotation

- Die Erde rotiert nicht mit konstanter Geschwindigkeit
- Die Richtung der Erdachse ändert sich in Bezug auf den Weltraum
- Der Erdkörper ändert seine Lage in Bezug auf die Erdachse



Phänomene der Erdrotation

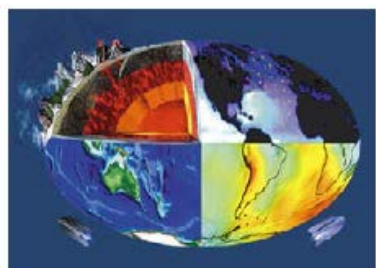
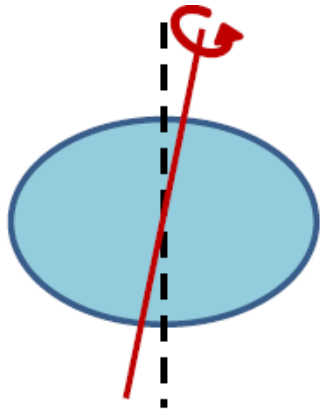
- Rotationsgeschwindigkeit und Richtung der Rotationsachse erfahren periodische, irreguläre und säkulare Veränderungen



Warum rotiert die Erde nicht gleichförmig um eine feste Achse?



- Die Gestalt der Erde ist keine Kugel sondern ein abgeplattetes Rotationsellipsoid
- Die Erde rotiert nicht um die Achse des größten Hauptträgheitsmomentes (Figurenachse)
- Der Erdkörper ist nicht starr und homogen (deformierbare feste Erde, Ozean, Atmosphäre, flüssiger Kern)



Konsequenzen der Erdrotation für

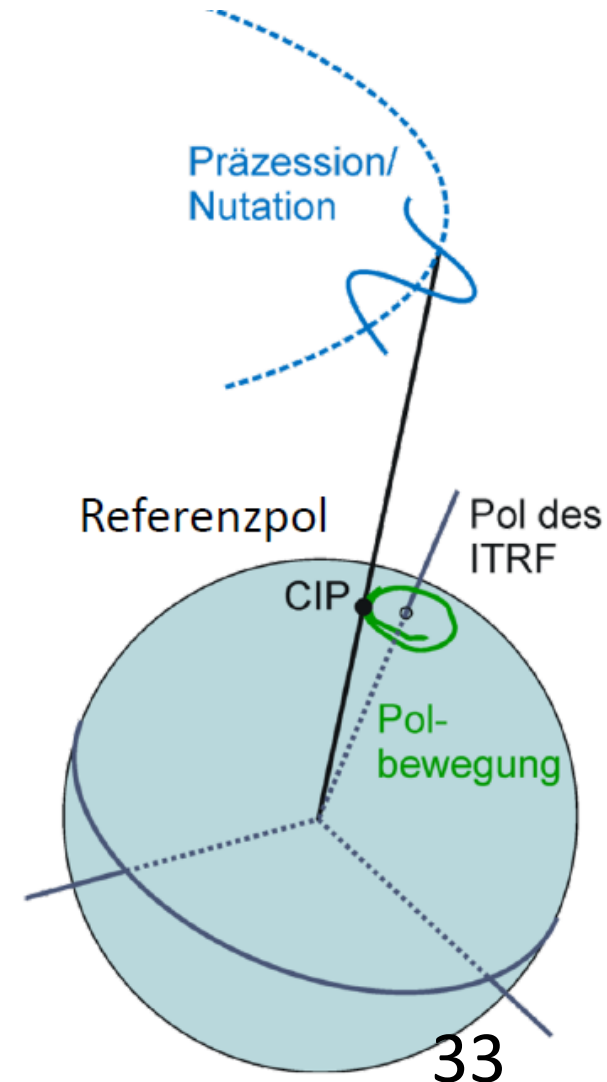
- das tägliche Leben (Zeitmessung)
- Positionierung und Navigation
 - auf der Erde (100 ms = 45 m an Erdoberfläche)
 - im Weltraum (0.1 ms = 1.6 km am Mars)
- Geodäsie (Referenzrahmen)
- Erdsystemforschung
 - Wechselwirkungen

Wir benötigen Größen zur Beschreibung von ..

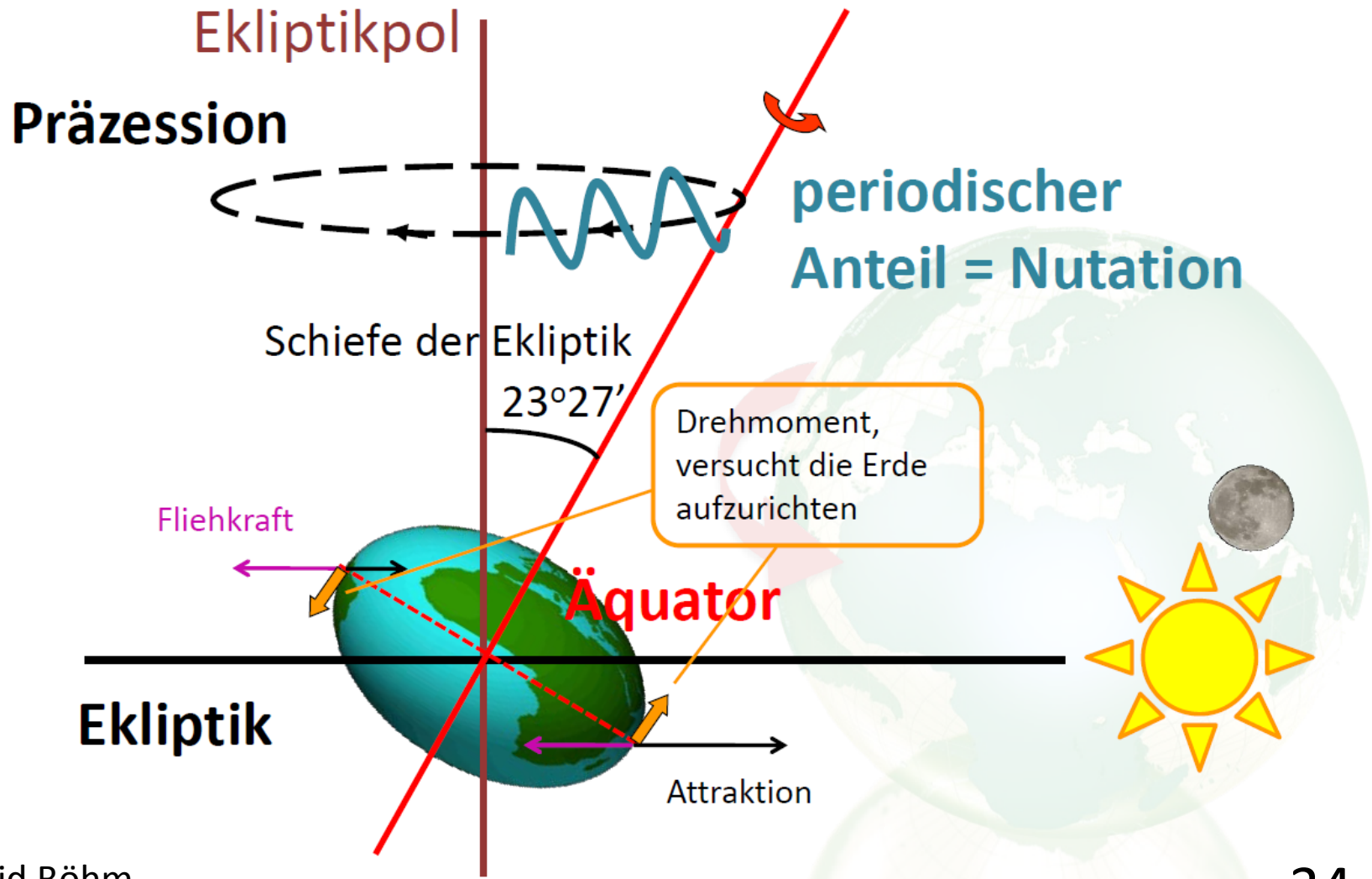
- der Änderung der Orientierung der Rotationsachse in einem himmelfesten Referenzrahmens (CRF, Sternenhintergrund)
- der Änderung der Lage der Rotationsachse bzgl. eines erdfesten Systems (TRF, Erdkruste)
- der Änderung der Rotationsgeschwindigkeit bzgl. der Atomzeit
- → 5 statt 3 Parameter

Präzession und Nutation

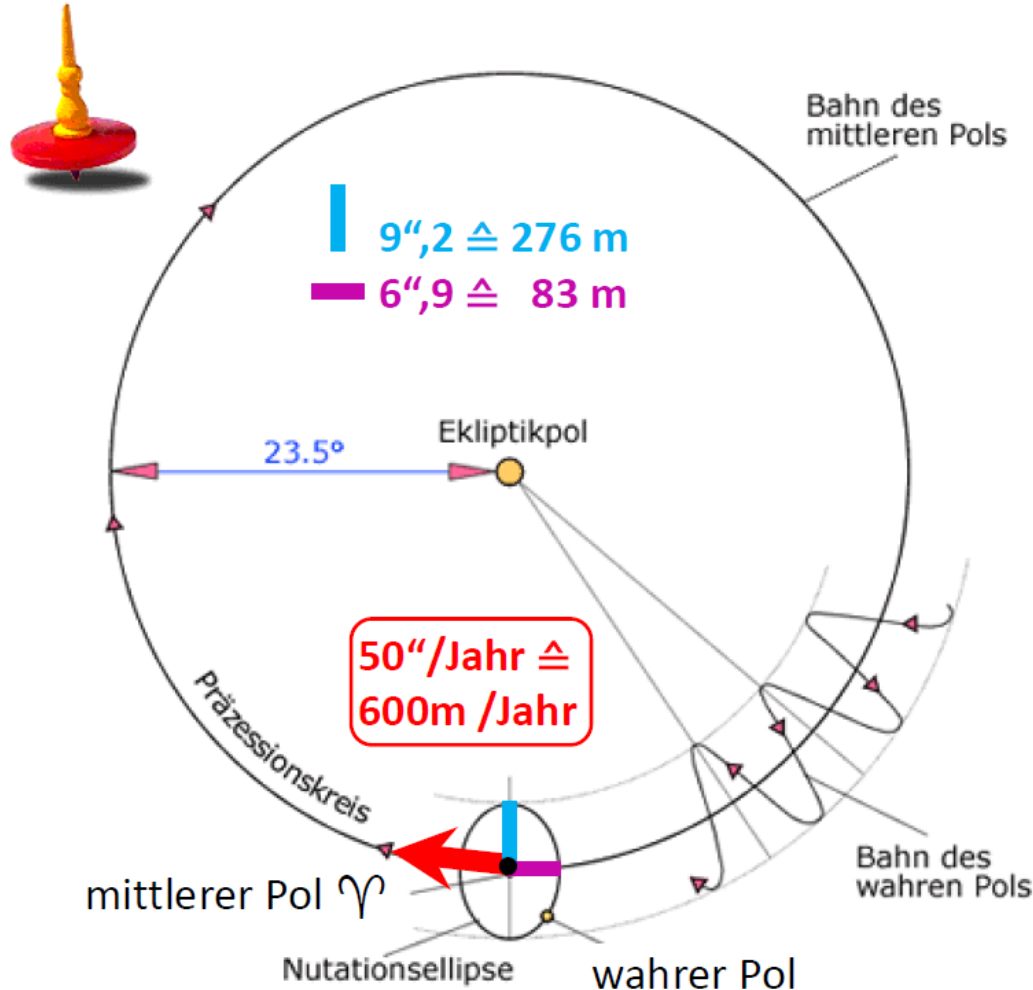
- Richtungsänderung der Erdrotationsachse bzg. des festen Sternenhintergrundes
- Die Achse beschreibt eine kegelförmige Bahn im Raum (Präzession, 25800 Jahre) überlagert von kurzperiodischen Schwankungen (Nutation)



Präzession und Nutation



Präzession und Nutation

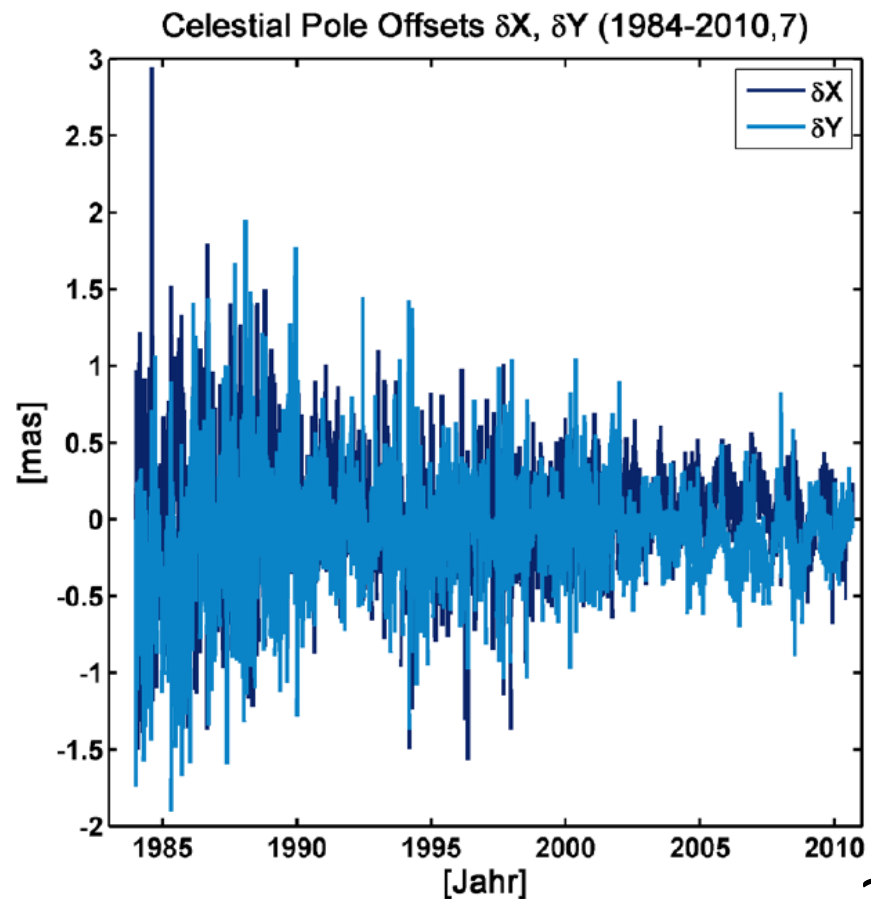


Präzession: 25800 Jahre
= Platonisches Jahr

Nutationsperiode mit
der größten Amplitude
(Umlauf d. Mondknotens
mit 18.6 Jahre)

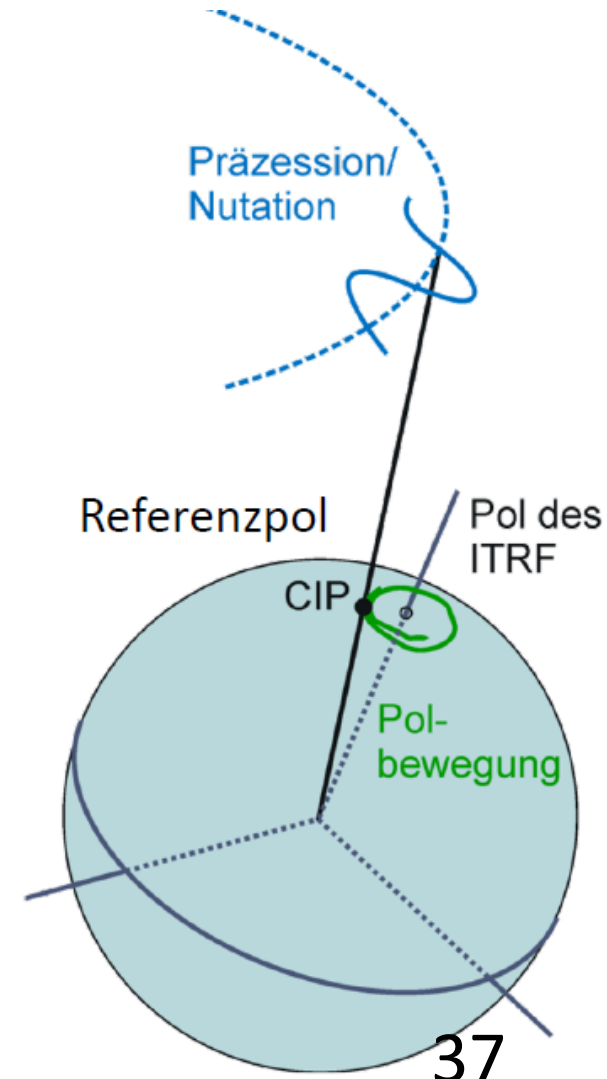
Präzession und Nutation

- Mit der VLBI gemessene Zuschläge zum Nutationsmodell



Polbewegung

- Richtungsänderung der Erdrotationsachse in Bezug auf den erdfesten Referenzrahmen

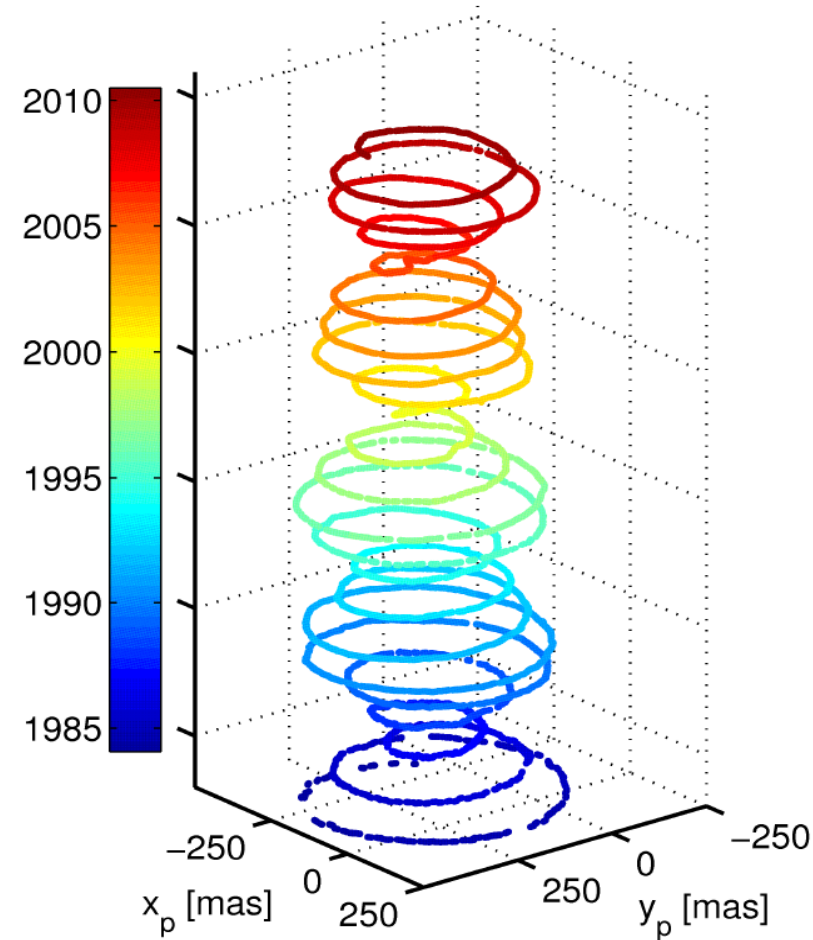


Polbewegung

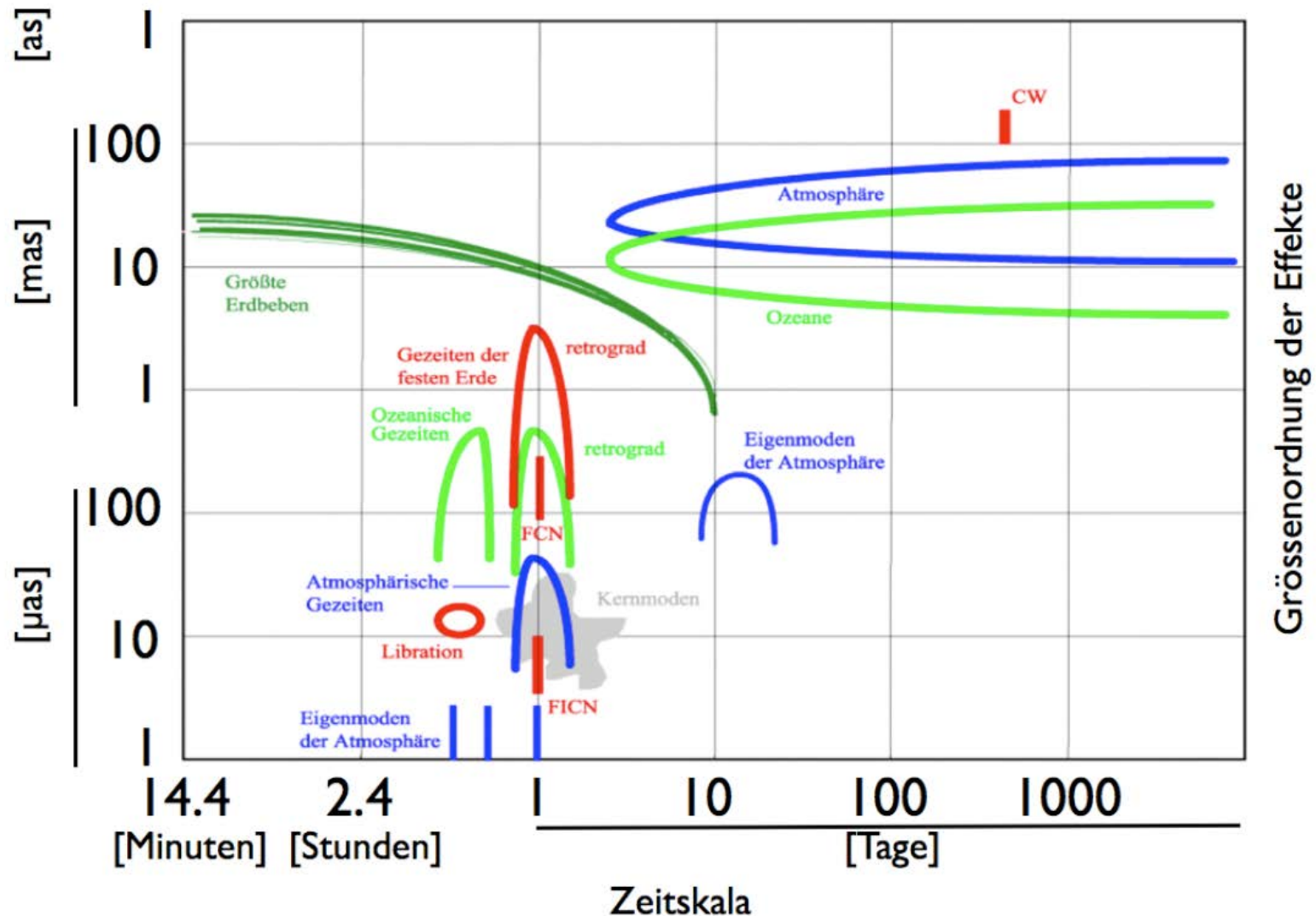
- Chandler Wobble
 - freie Schwingung
 - ca. 433 Tage
- Jährliche Schwingung
 - durch Atmosphäre



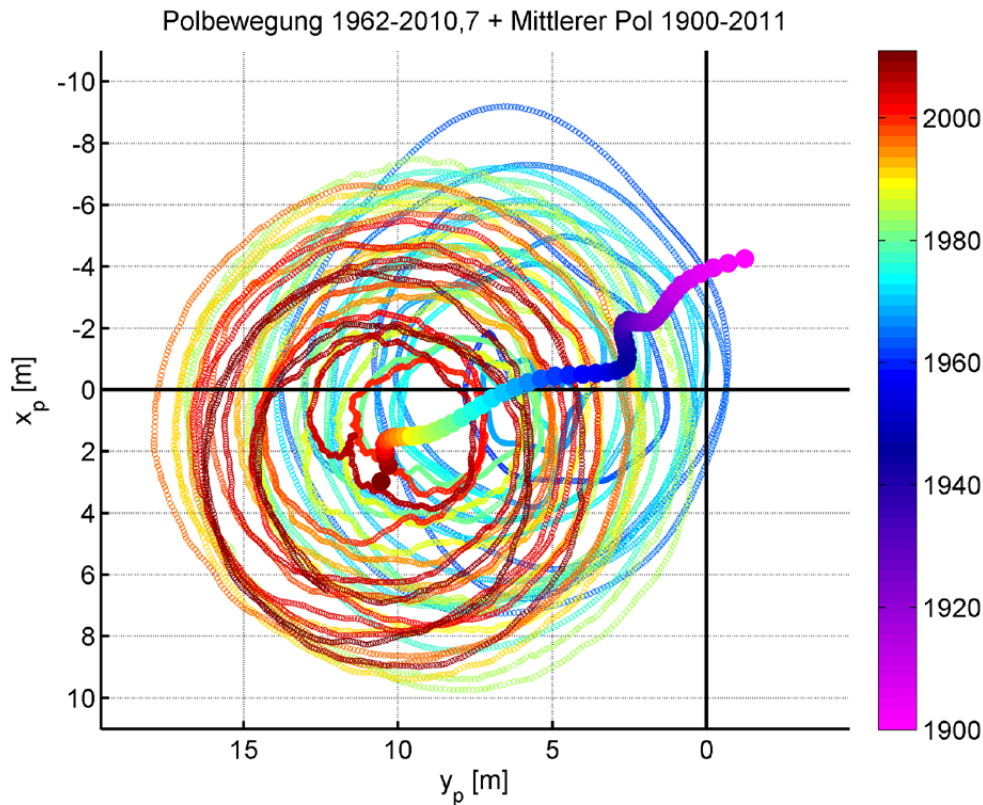
- Schwebung
 - 6.3 Jahre, 9 m



Ursachen der Polbewegung



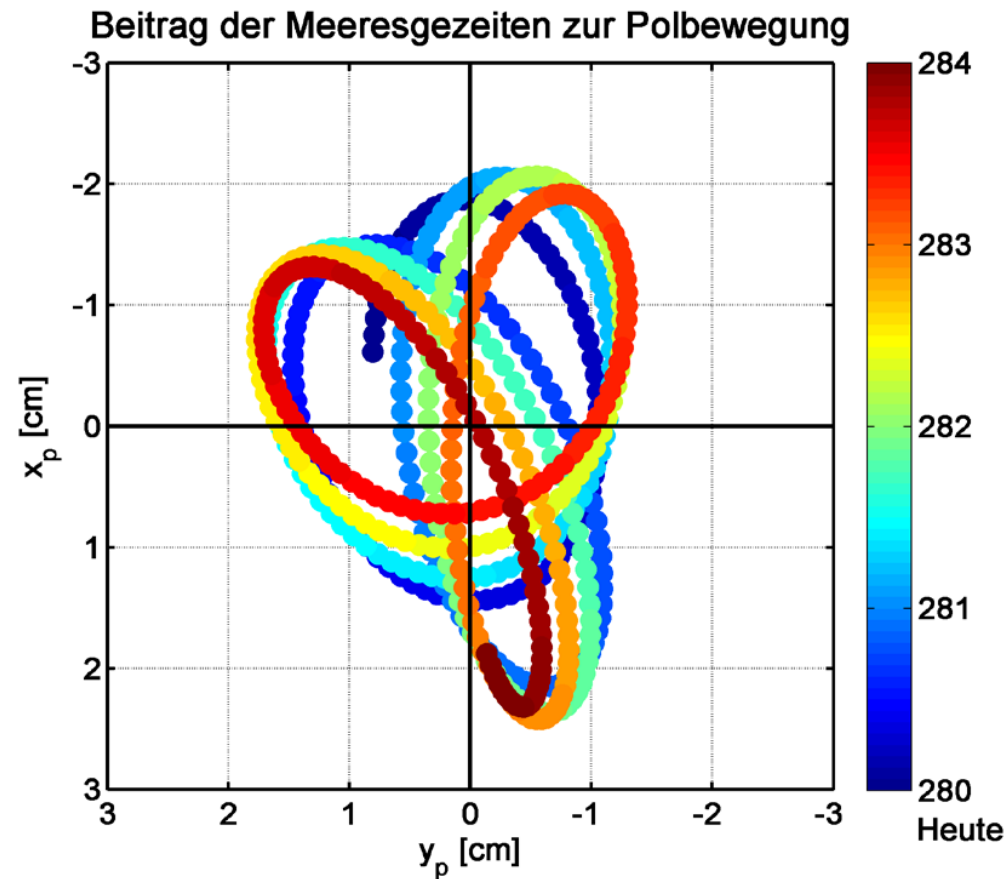
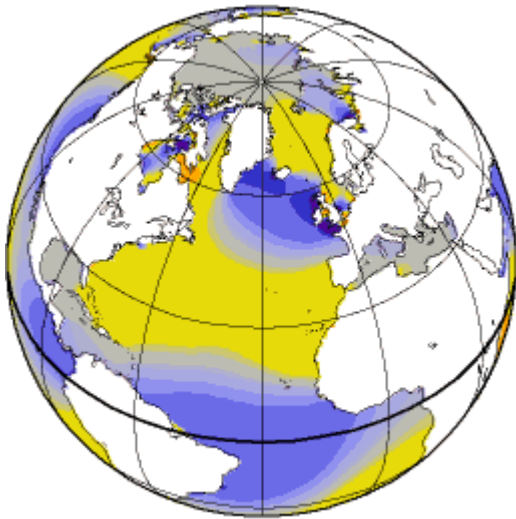
Säkulare Polbewegung



- Lineare Drift
 - + 78° West
 - 10 cm pro Jahr
- Gründe
 - Postglaziale Landhebung
 - Abschmelzen von Eis

Beitrag durch Meeresgezeiten

- zum Beispiel M2

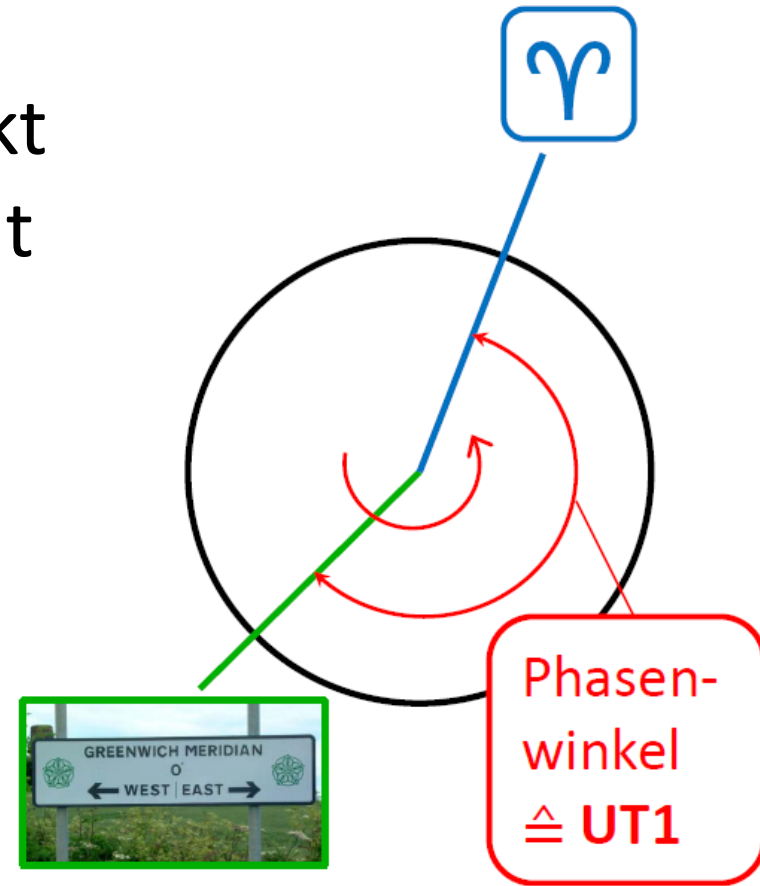


Weltzeit - Tageslänge

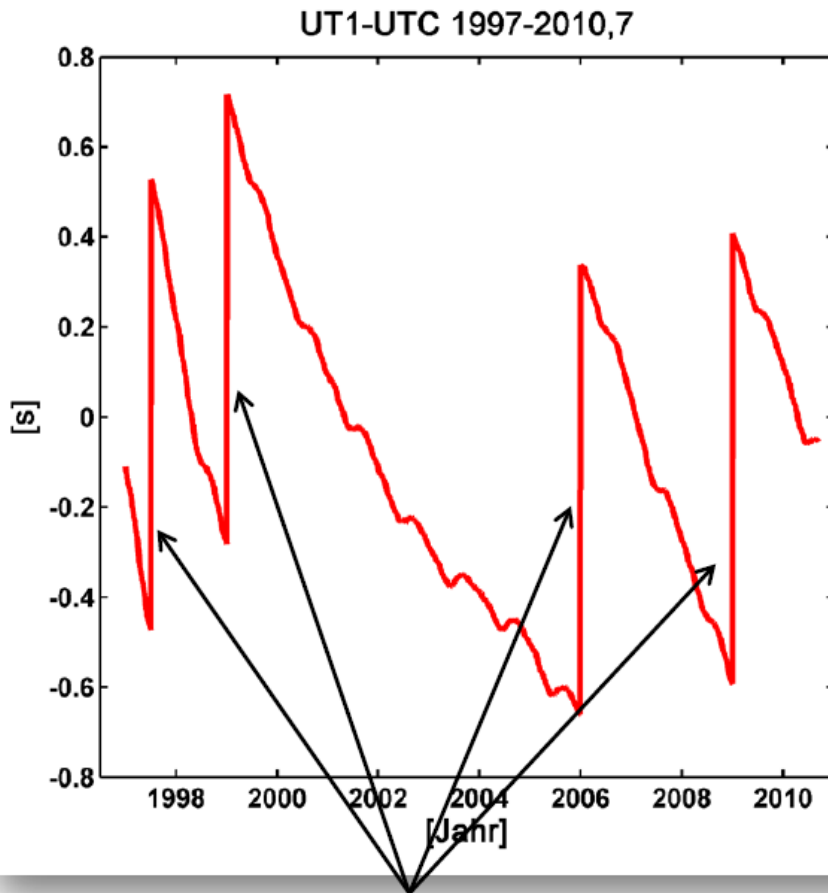
- Variable Rotationsgeschwindigkeit ausgedrückt als Abweichung der Weltzeit (UT1) von der Atomzeit:

$$dUT1 = UT1 - UTC$$

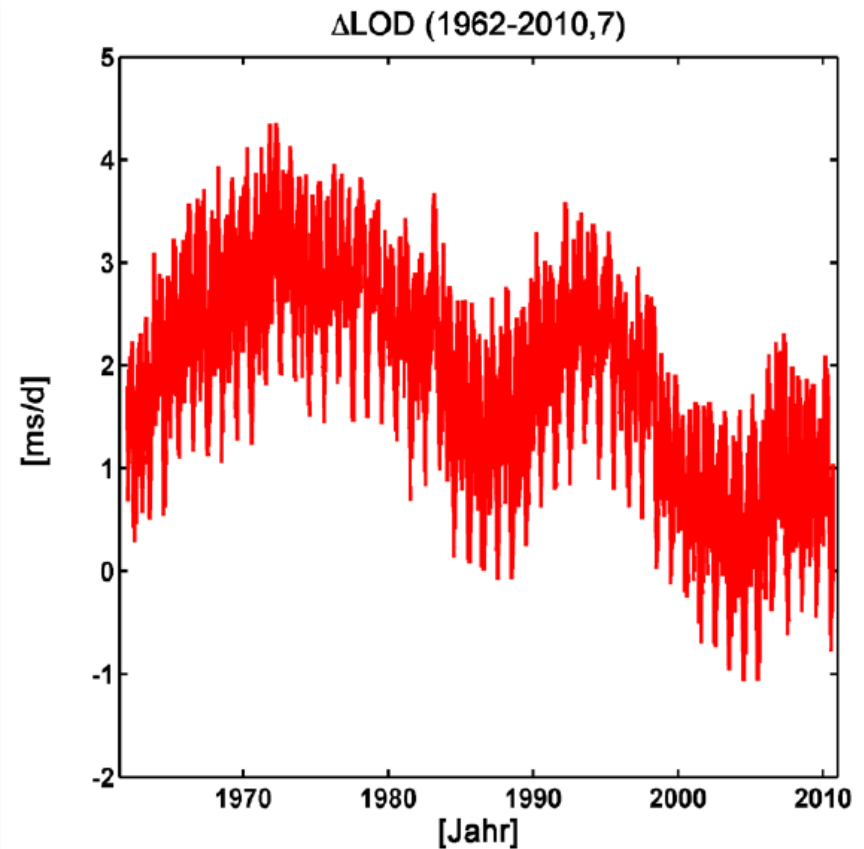
- Zeitliche Ableitung ist die Tageslänge bezogen auf 86400 sec (ΔLOD)



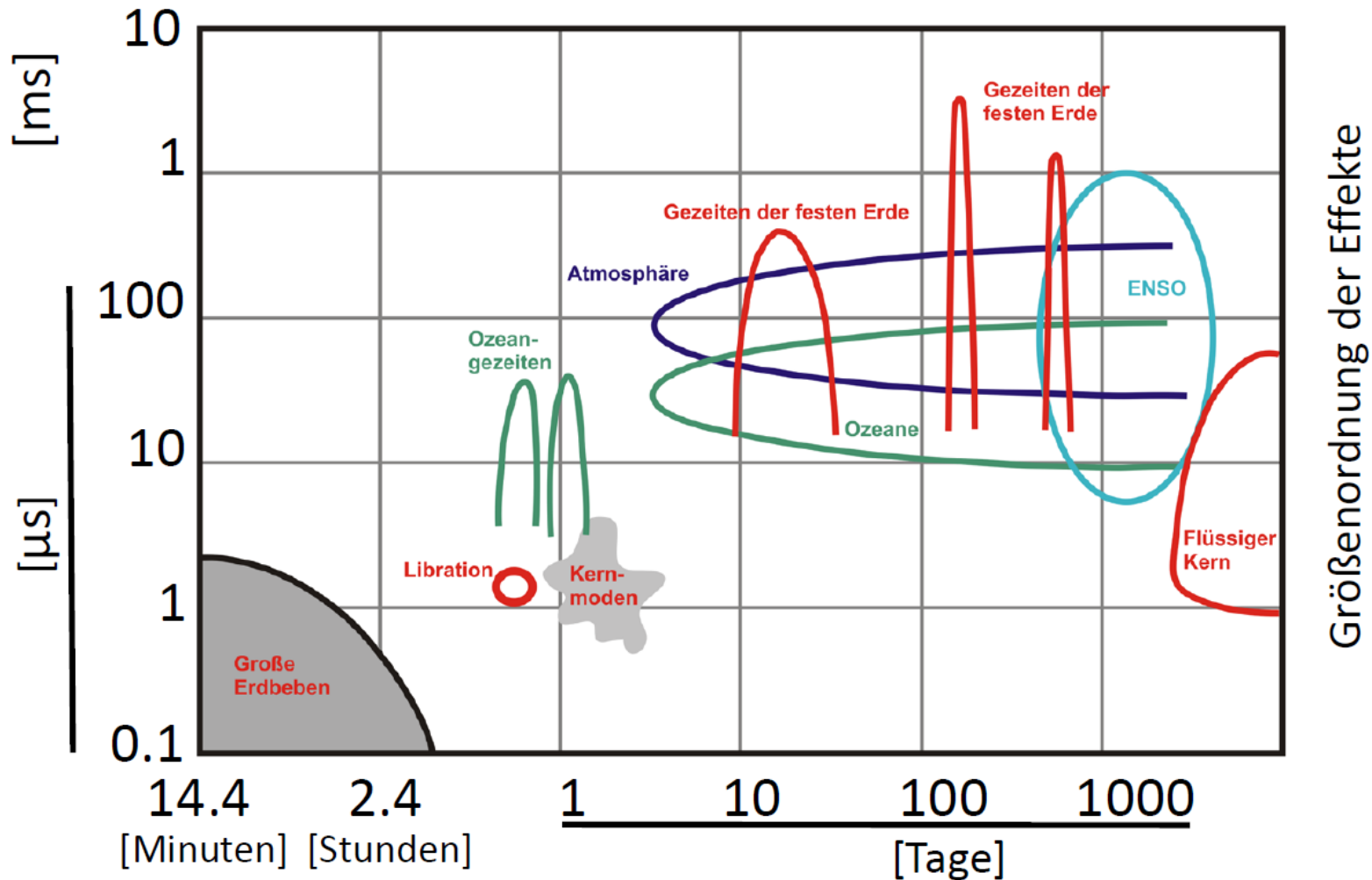
Weltzeit - Tageslänge



Schaltsekunden

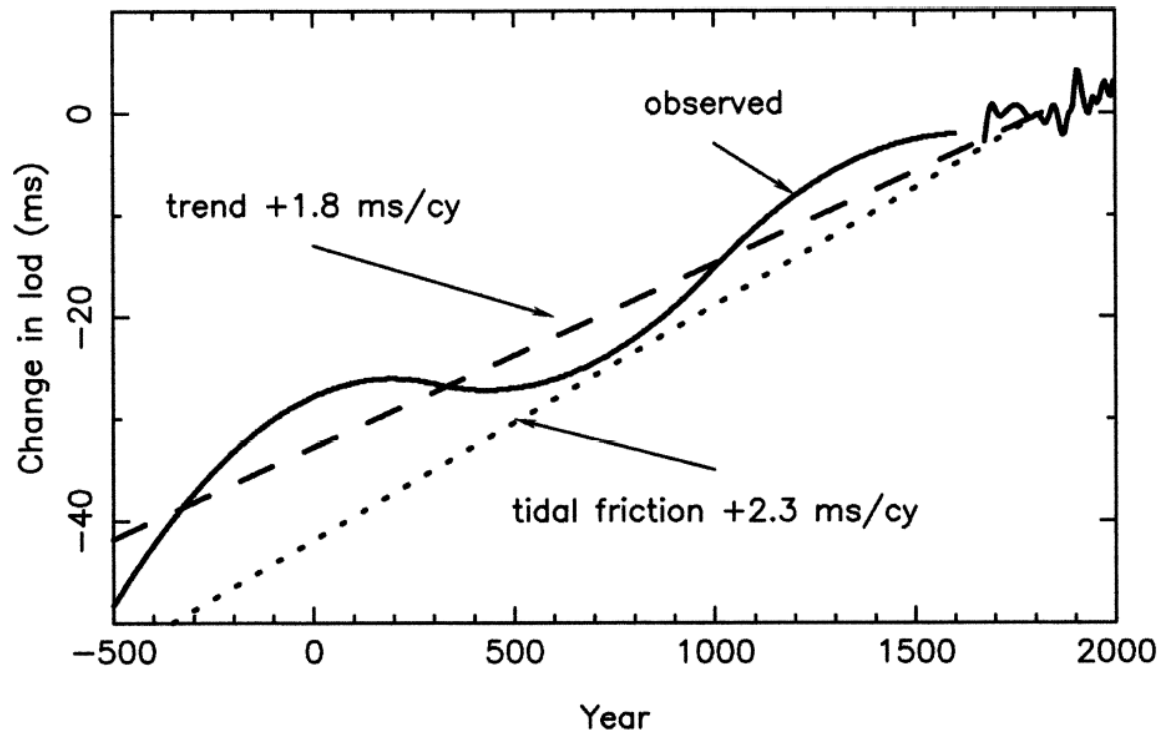


Einflüsse auf Weltzeit

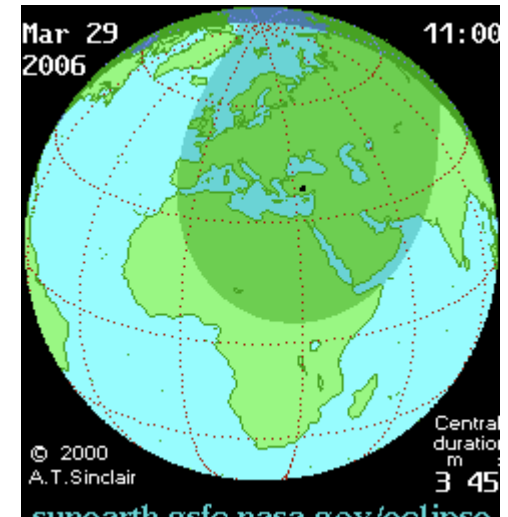


Verlangsamung der Erdrotation

- Zunahme der Tageslänge ca. 2 ms/Jhdt



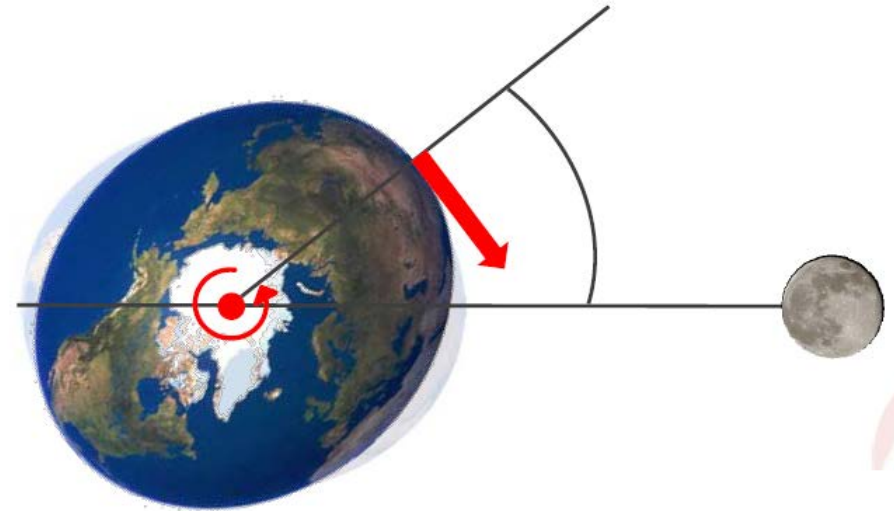
Morrison and Stephenson 2001



aus antiken Eklipsendaten

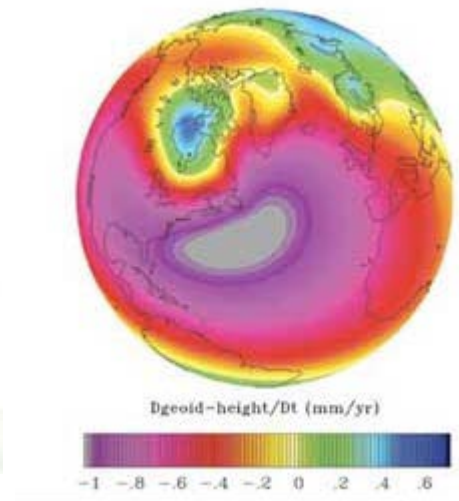
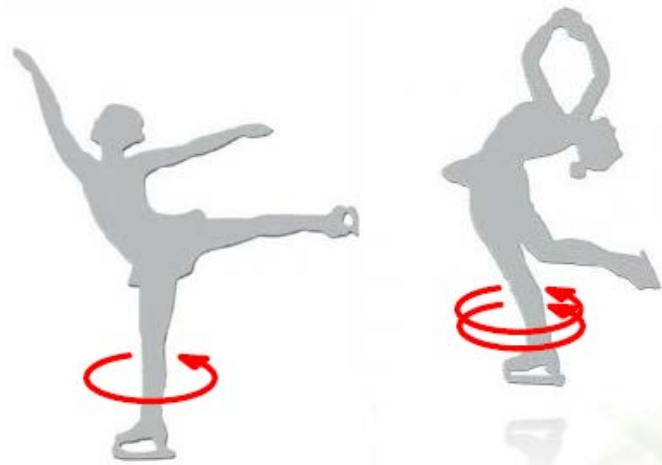
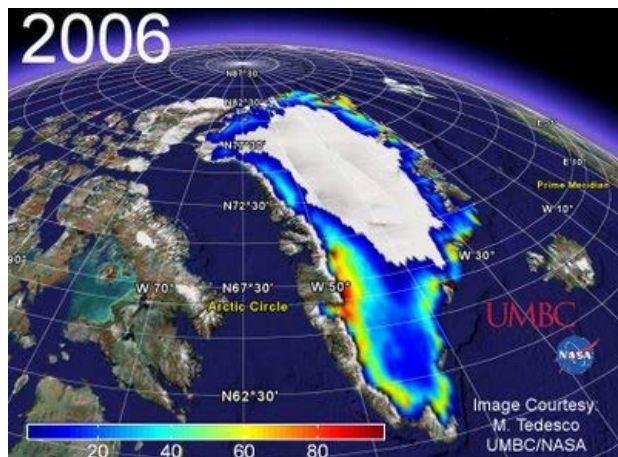
Gezeitenreibung

- Verzögerte Ausbildung der Gezeitenberge
- werden durch die Erdrotation aus der Verbindungslinie Erde-Mond herausgedreht
- Anziehung der Flutberges durch den Mond bremst Erde ab



Änderungen im polaren Trägheitsmoment

- Erklären 25% der lin. Änderung der Tageslänge
 - durch postglaziale Landhebung
 - Massenverlagerungen der polaren Eisdecken



Vergleich Tageslänge - atmosphärische Anregung

- Liouville Gleichungen

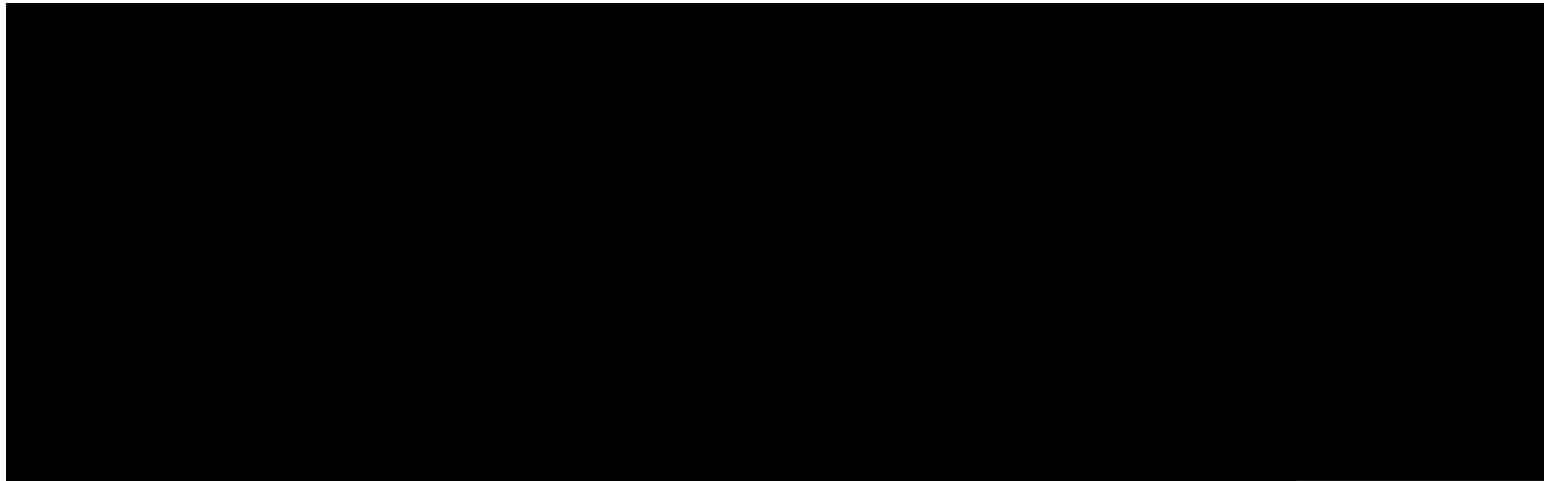
$$\mathbf{L} = \frac{d}{dt} (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h})$$

- Auswertung mit numerischen Wettermodellen

$$\Delta \hat{I} = - \int_{r_s}^{\infty} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \rho r^4 \sin \phi \cos^2 \phi e^{i\lambda} d\lambda d\phi dr$$

$$\hat{h} = - \int_{r_s}^{\infty} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \rho r^3 (u \sin \phi + iv) \cos \phi e^{i\lambda} d\lambda d\phi dr$$

Vergleich Tageslänge - atmosphärische Anregung



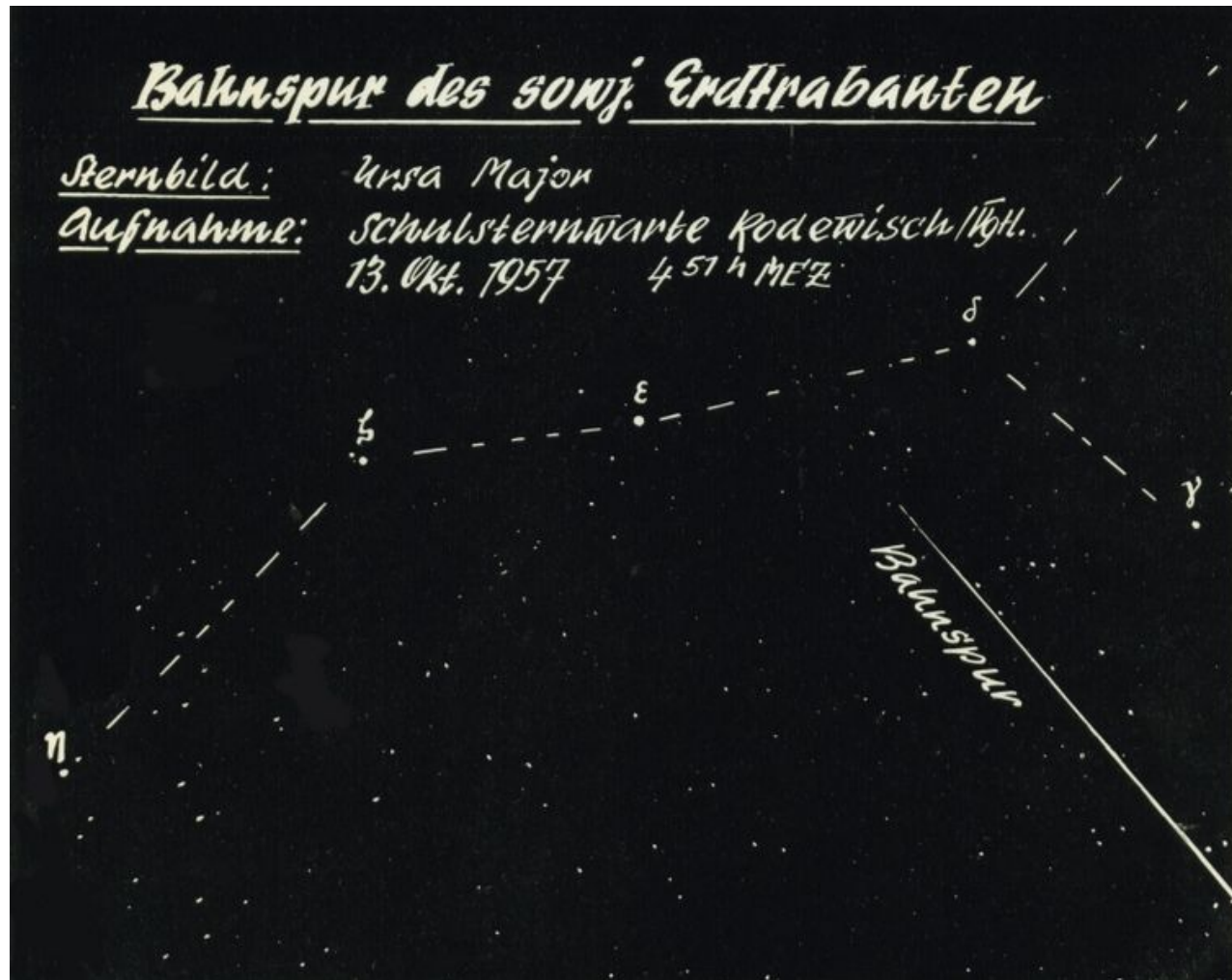
Michael Schindelegger

1

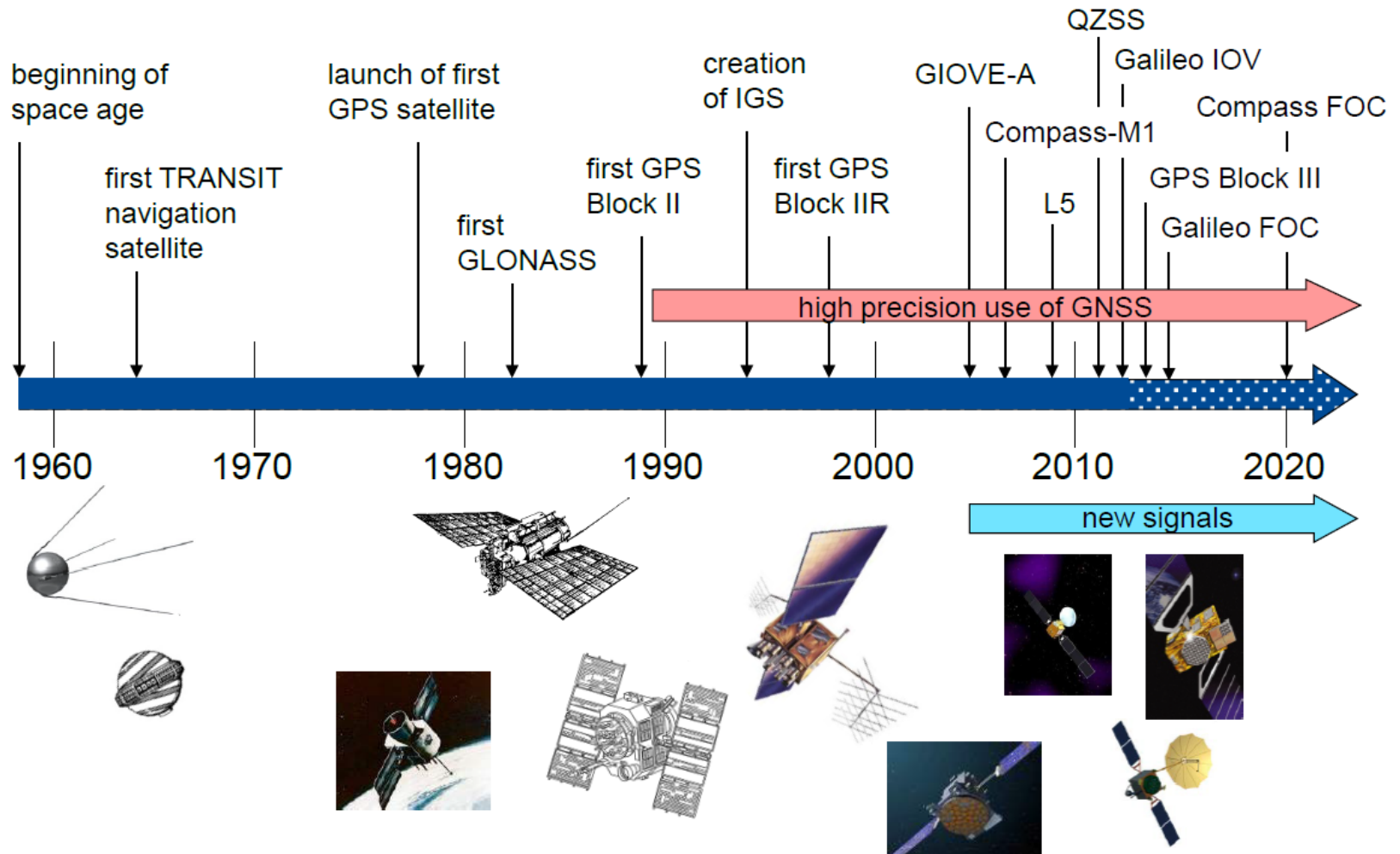
mit Beiträgen von Gregor Möller und Robert Weber

GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEMS

Sputnik 1957



Geschichte der Satellitennavigation



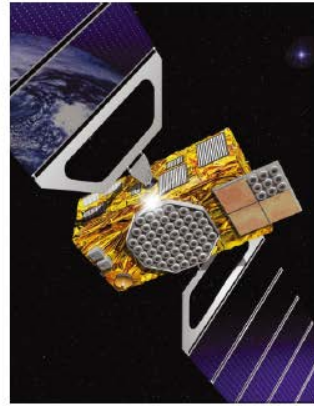
Neue GNSS



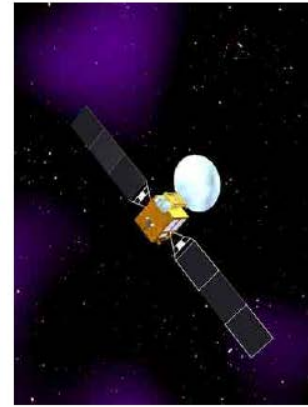
GPS



GLONASS



Galileo



Compass



- bald mehr als 100 Satelliten am Himmel
- plus regionale Navigationssysteme
 - QZSS, EGNOS, WAAS, GAGAN, ...

GNSS

Merkmal	GPS	GLONASS	Galileo	BeiDou
# Satelliten	ca. 30	ca. 28	27 +3	30
# Bahnebenen	6	3	3	3
Große Halbachse	26600 km	25440 km	29900 km	27900 km
Umlaufzeit	11:58 H	11:15 H	14:05 H	12:35 H
Inklination	55 deg	64 deg	56 deg	55 deg
Satellitenmasse	1100 kg (IIR)	1400 kg	700 kg	2200 kg

GPS Konstellation

- bestehend aus 30 aktiven Satelliten



Increasing System Capabilities • Increasing User Benefit

Block IIA/IIR

Basic GPS

- Standard Service
 - Single frequency (L1)
 - Coarse acquisition (C/A) code navigation
- Precise Service
 - Y-Code (L1Y & L2Y)
 - Y-Code navigation

Block IIR-M, IIF

IIR-M: IIA/IIR capabilities plus

- 2nd civil signal (L2C)
- M-Code (L1M & L2M)

IIF: IIR-M capability plus

- 3rd civil signal (L5)
- 2 Rb + 1 Cs Clocks
- 12 year design life

Block III

- Backward compatibility
- 4th civil signal (L1C)
- 4x better User Range Error than IIF
- Increased availability
- Increased integrity
- 15 year design life



GLONASS Konstellation

- <http://glonass-iac.ru/en/GLONASS/>

GLONASS constellation status, 15.03.2014

Total satellites in constellation	28 SC
Operational	24 SC
In commissioning phase	-
In maintenance	-
Spares	3 SC
In flight tests phase	1 SC

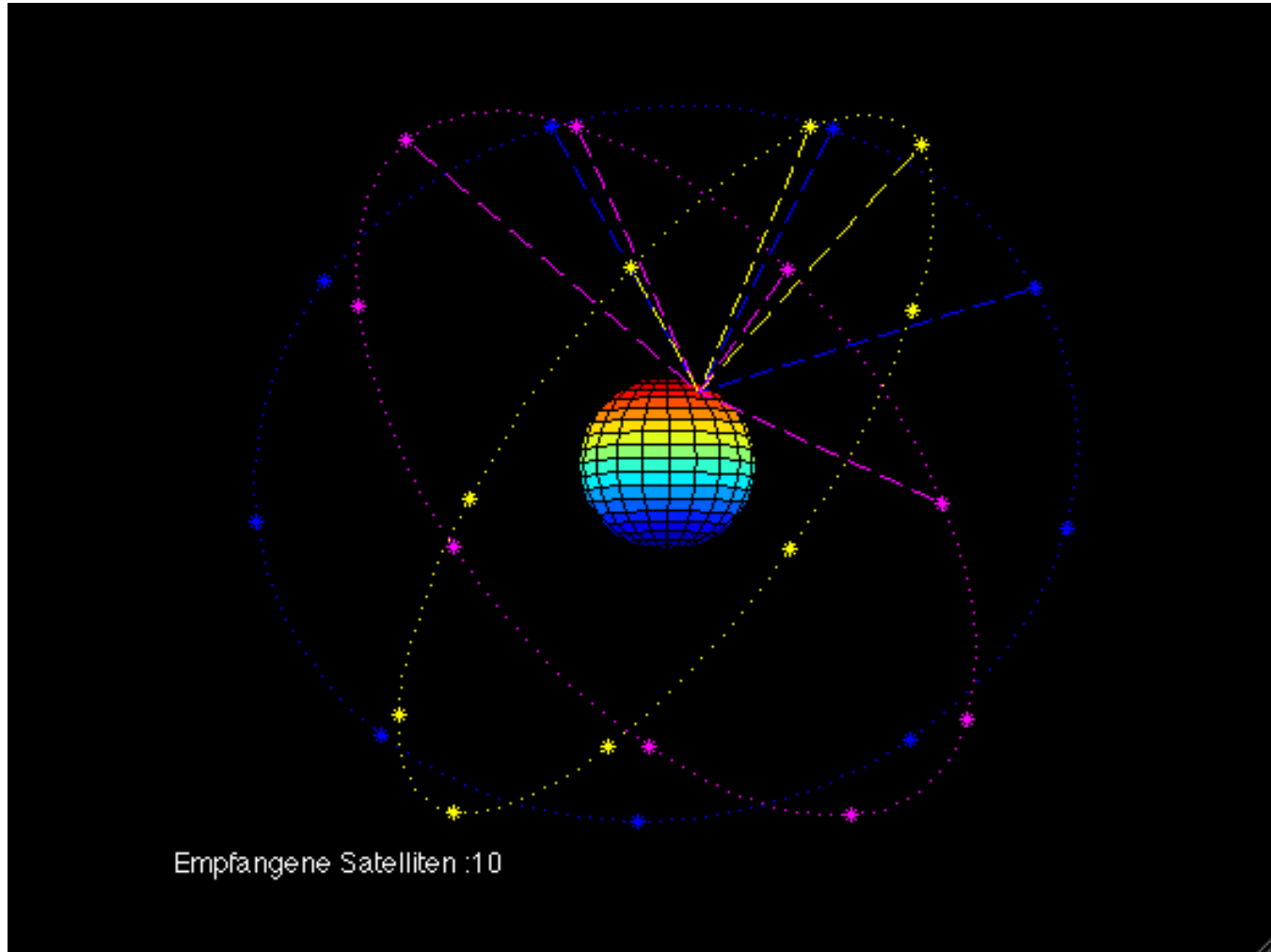


GALILEO Konstellation

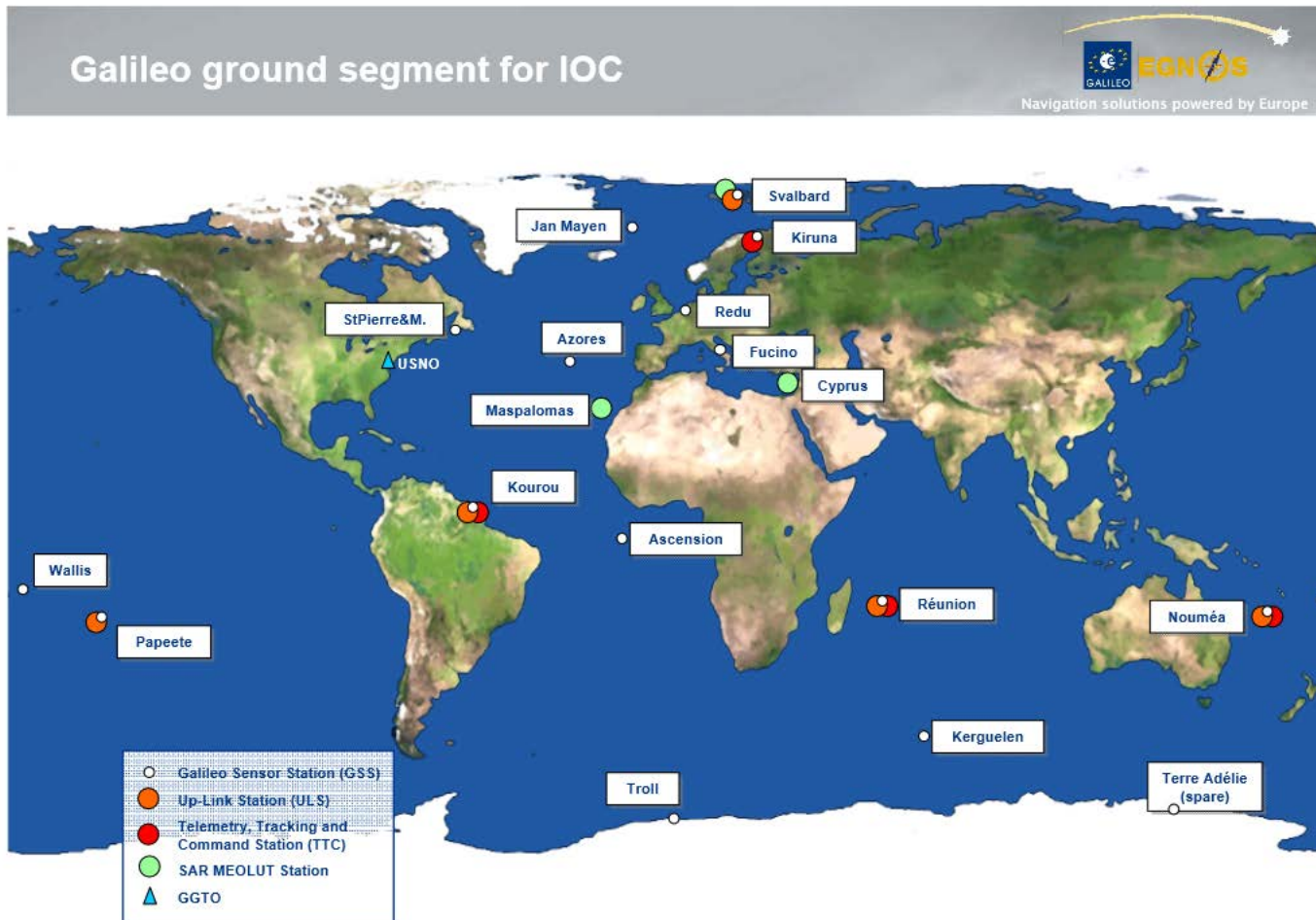
- 21. Oktober 2011: Start der ersten beiden IOV Satelliten vom europäischen Weltraumbahnhof Korou
- 12. Oktober 2012: Start der nächsten beiden IOV Satelliten
- 12. März 2013: Erste Galileo Position (4 Satelliten)



GALILEO Raumsegment



GALILEO Kontrollsegment



Note: Target set-up for IOC. Not all facilities are shown. USNO to host the Galileo to GPS time offset facility. IOC: Initial Operational Capability

GALILEO Aufbauplan

Galileo implementation plan



Galileo is implemented
in a step-wise approach

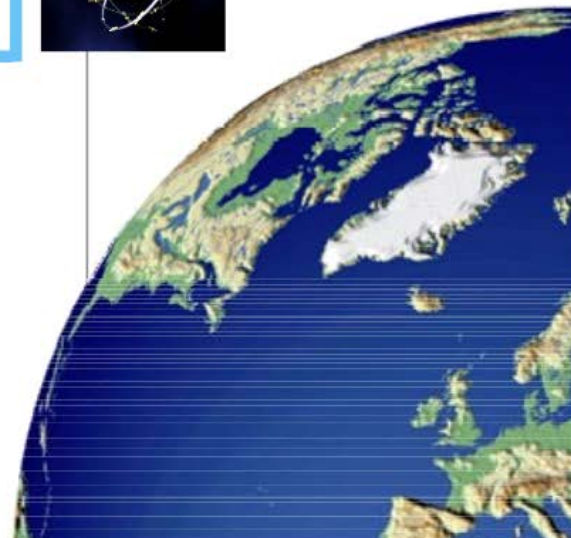
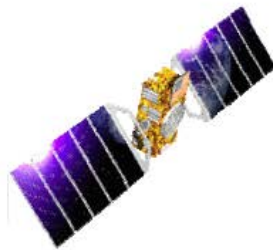
Full Operational Capability
Full services, 30 satellites
2020

Initial Operational Capability
Early services for OS, SAR, PRS,
and demonstrator for CS
2014

In-Orbit Validation
4 fully operational satellites
and ground segment
2013

GIOVE A/B
2 test satellites
2005/2008

Galileo System Testbed v1
Validation of critical algorithms
2003



Warum GALILEO?

- Unabhängigkeit von Systemen außerhalb Europas
- Steigerung der Zuverlässigkeit
- Ziviles Satellitennavigationssystem
- Funktionsgarantien für bestimmte Dienste
- Basiert auf derselben Technologie wie GPS

Equipment des CONGO Netzes



Septentrio GeNeRx



Javad Triumph
Delta G2T/G3T



Leica GRX1200



LEIAX1203+GNSS

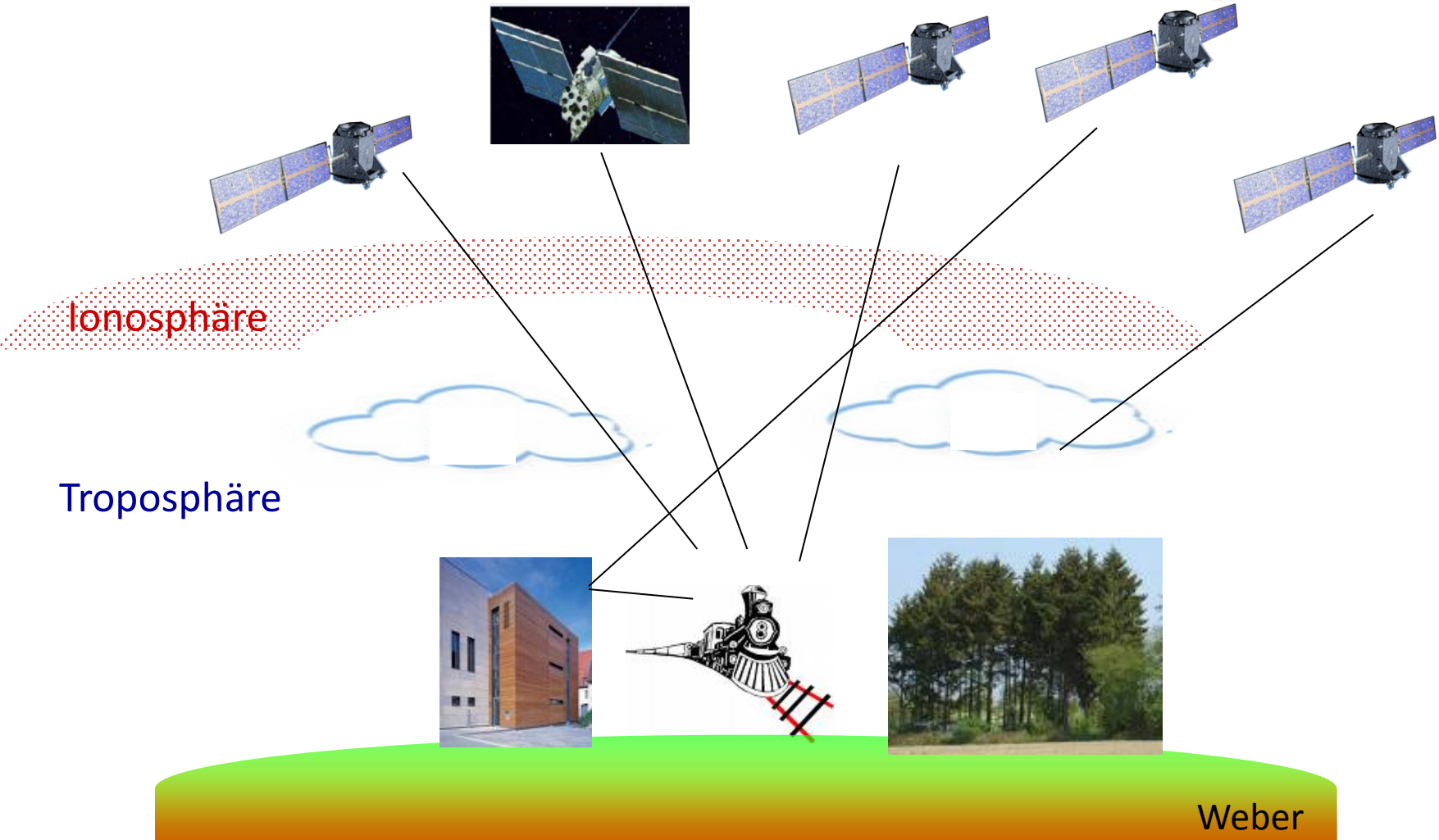


LEIAR25.R3



Trimble Zephyr

Grundprinzip der Satellitenpositionierung



GPS Signalstruktur

- 3 Trägerwellen L1, L2, und L5
 - $L1 = 1575.42 \text{ MHz} = 154 \cdot 10.23 \text{ MHz}$
 - $L2 = 1227.60 \text{ MHz} = 120 \cdot 10.23 \text{ MHz}$
 - $L5 = 1176.45 \text{ MHz} = 115 \cdot 10.23 \text{ MHz}$
- Trägerfrequenzen mit Binär-Codes moduliert
 - Satellitenidentifikation
 - Laufzeitmessung
 - Navigationsdaten

GPS Signalstruktur

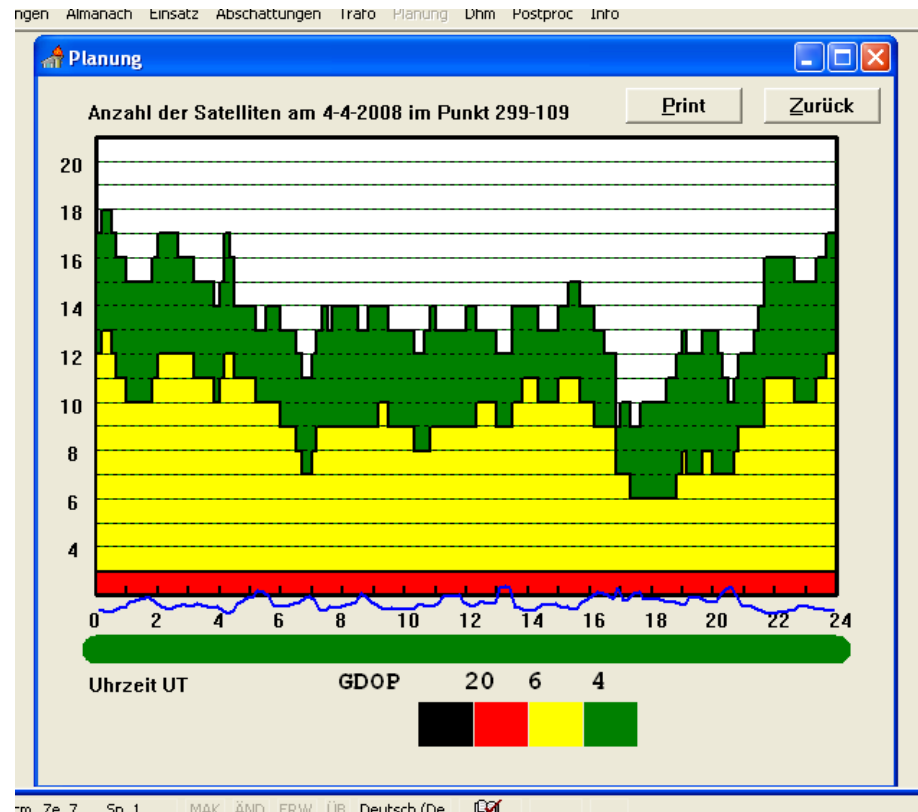
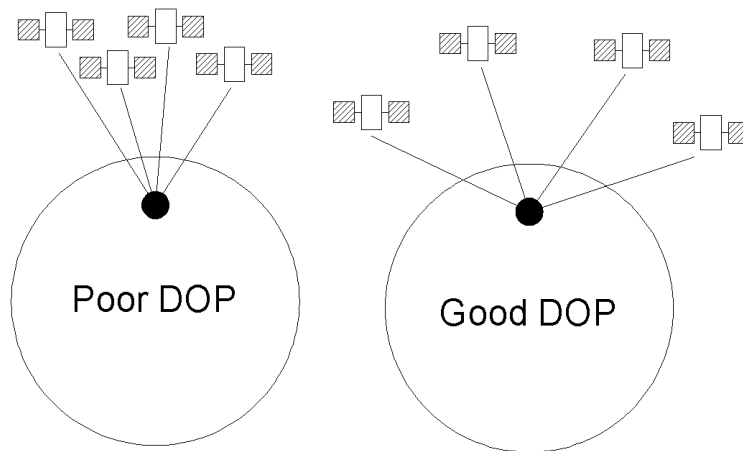
- Codemodulation auf L1
 - C/A Code (1.023 Mbps) offen
 - P1(Y) Code (10.23 Mbps) (verschlüsselt, AS)
 - ..
- Codemodulation auf L2
 - P2(Y) Code (10.23 Mbps) (verschlüsselt, AS)
 - ..
- Codemodulation auf L5
 - ..

GLONASS Signalstruktur

- Aussendung zweier Signale L1 und L2
- Abgeleitet von Grundfrequenz $f_0 = 5.11 \text{ MHz}$
- Jeder Satellit sendet seine eigene Frequenz
- $L1 = 1602 + 0.5625 \cdot Z \text{ MHz}$
- $L2 = 1246 + 0.4375 \cdot Z \text{ MHz}$
- Trägerfrequenzen werden mit Binärcodes moduliert

Positionsfehler

- hängt ab von Schnittgüte und Geometrie der sichtbaren Satelliten
 - HDOP, VDOP, PDOP, ...



Beobachtungsgleichungen für Codemessung

$$L_c = \rho + c \cdot \Delta t_u + c \cdot \Delta t_a + c \cdot \Delta t_T + c \cdot \Delta t_I + \varepsilon_R$$

ρ geometrische Entfernung

Δt_u Uhrsynchronisationsfehler des Empfängers

Δt_a Fehler der Satellitenuhr gegenüber GPS Systemzeit

Δt_T troposphärische Ausbreitungsverzögerung

Δt_I ionosphärische Ausbreitungsverzögerung

ε_R Messrauschen

Genauigkeitsmaße der GPS Konstellation

Fehlertyp	absolut	relativ / 150 km	relativ / 20 km
Uhr	2	0	0
Sat. Bahn	1.5	0.5	0.1
Ionosphäre	5-10	2-3	0.5
Troposphäre	0-2	0.3	0.1
Rauschen	1	1	1
Multipath	?	?	?
Total	10 m	3 m	1 m

Beobachtungsgleichung für Phasenmessung

$$L_p = \rho + c \cdot \Delta t_u + c \cdot \Delta t_a + c \cdot \Delta t_T - c \cdot \Delta t_l - c \cdot \frac{N}{f_{CR}} + \varepsilon_R$$

L_p Pseudoentfernung

$c \cdot \frac{N}{f_{CR}} = N \cdot \lambda_{CR}$ Mehrdeutigkeitsterm

N Ambiguity

f_{CR} Frequenz des Trägers

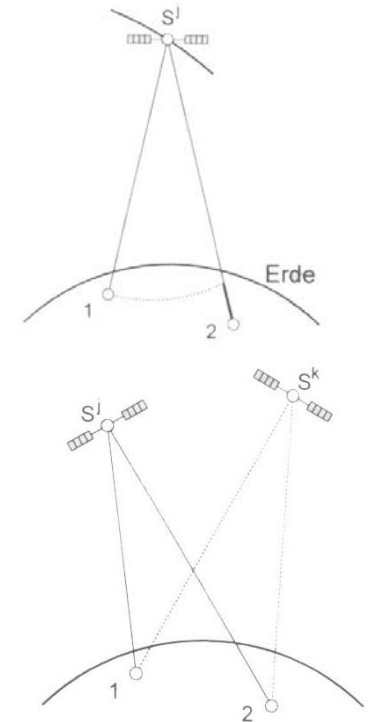
Basislinien / Differenzbildung

- Einfachdifferenzen

$$L_{kl}^i = \rho_{kl}^i + c \cdot \Delta t_{kl} + c \cdot \Delta t_T - c \cdot \Delta t_I + \lambda \cdot N_{kl}^i$$

- Doppeldifferenzen

$$L_{kl}^{ij} = \rho_{kl}^{ij} + c \cdot \Delta t_T - c \cdot \Delta t_I + \lambda \cdot N_{kl}^{ij}$$

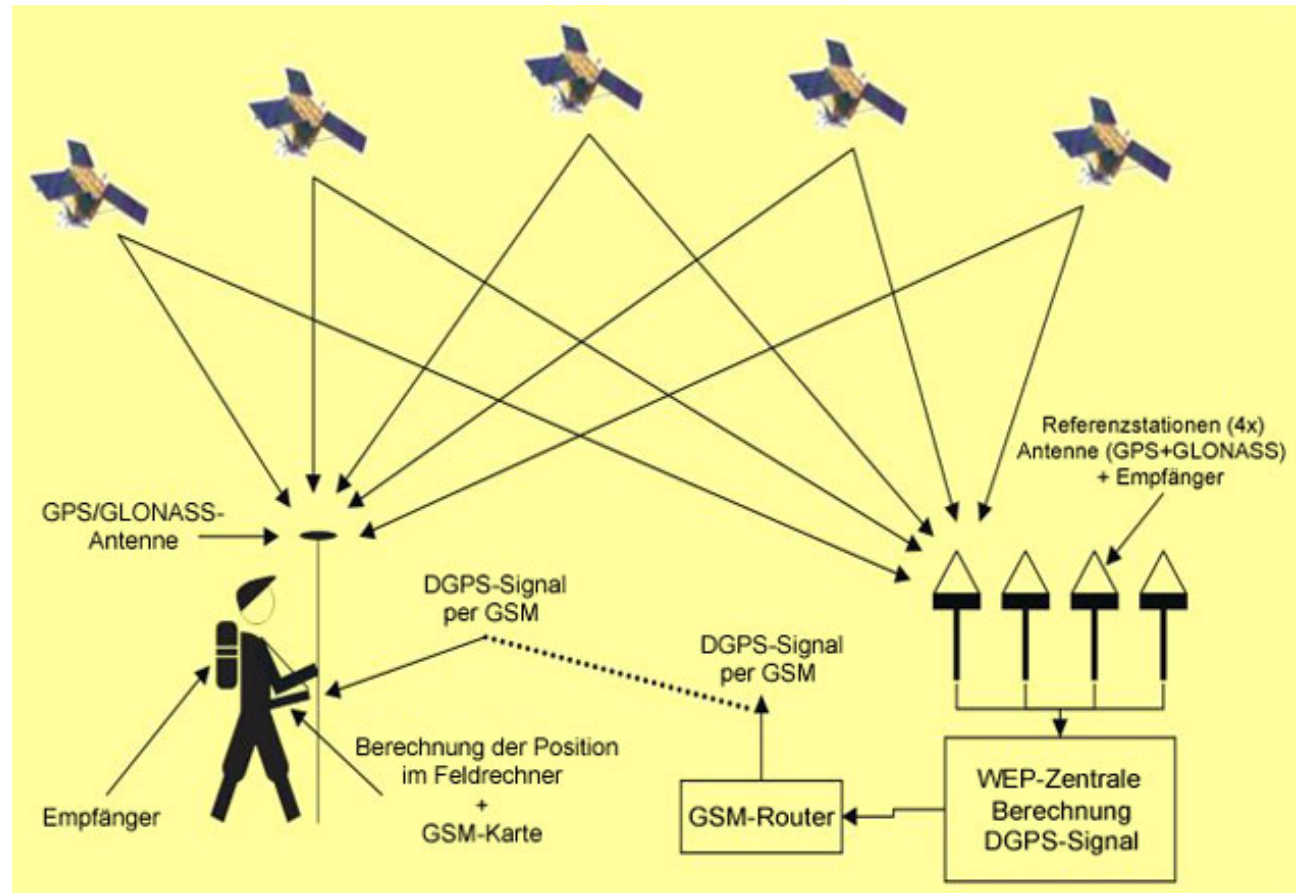


- eliminieren korrelierte Fehler



Referenznetze

- z.B.
 - BEV
 - EVN
 - EPOSA
 - ...



Typische Services der Referenznetzanbieter

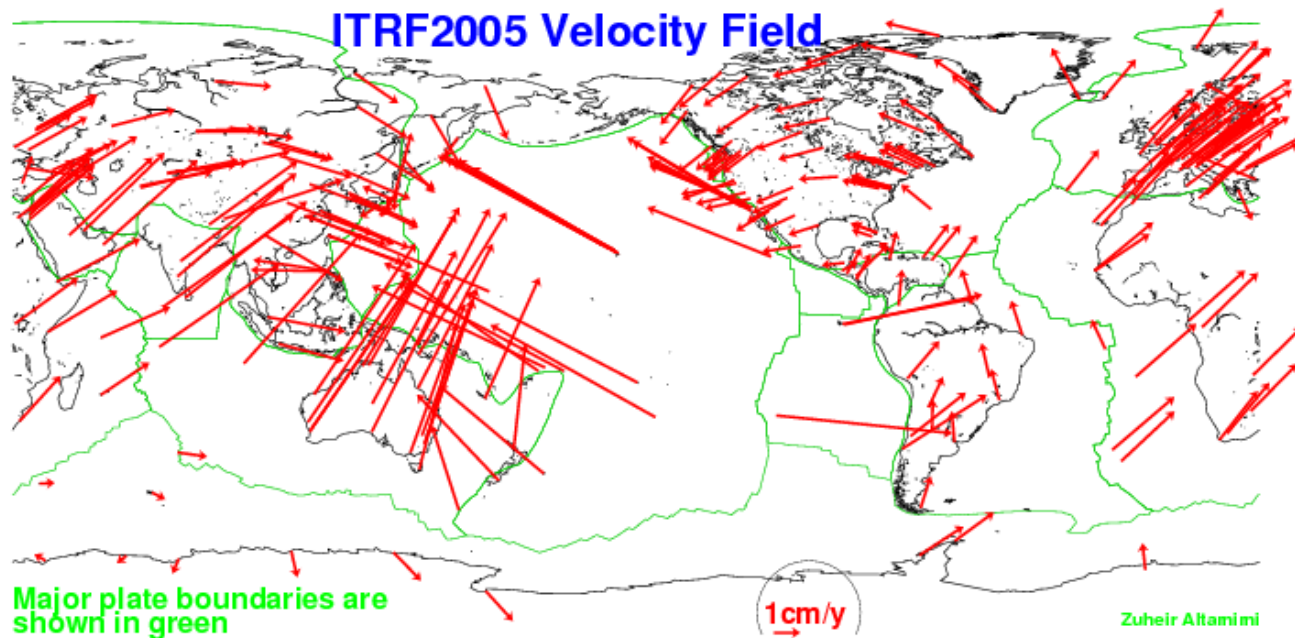
- RTK präzise Positionierung
 - 1-2 cm in Lage, 3-4 cm in Höhe
 - Initialisierung!
- DGPS Positionierung
 - 50 cm in Lage, 80 cm in Höhe
- RINEX Server für Postprocessing
 - 2-3 mm

GNSS Positionierung

- GNSS = GPS + GLONASS (+ GALILEO + BEIDOU+ ..)
 - ab 2016 werden rund 80-100 Navigationssatelliten zur Verfügung stehen
 - erhöht die Anzahl der verfügbaren Beobachtungen
 - verbessert die Schnittgeometrie
- Echtzeitreferenzstationsnetze erlauben die cm-genaue Positionierung innerhalb von 10-60 Sekunden in einem globalen Koordinatensystem

GNSS und der ITRF

- Sendai Erdbeben



Beispiel: GPS Punktbestimmung (1)

- gegeben: GPS Code Messungen am 7.10.2009 um 04:12:00 an der Station Graz in m

PRN 28	21504718.695
PRN 25	24864049.672
PRN 08	20636236.930
PRN 19	24878285.393
PRN 21	25300606.932
PRN 13	25022555.715

$\tilde{x}_r[\text{m}]$	4194423.742
$\tilde{y}_r[\text{m}]$	1162702.781
$\tilde{z}_r[\text{m}]$	4647245.461

- Näherungskoordinaten Graz:
- gesucht: verbesserte Koordinaten Graz

Beispiel: GPS Punktbestimmung (2)

- Bestimmung der Satellitenposition
 - Aus broadcast Keplerelementen und Uhren
 - IGS Orbits and Clocks

PRN	\tilde{x}^s [m]	\tilde{y}^s [m]	\tilde{z}^s [m]	δt^s [μ s]
28	20977688.989	13455702.833	10062269.228	-26.002035465
25	-5843213.397	22144484.359	13950039.594	622.088717271
08	11328292.680	9335349.320	22123027.007	-224.088481838
19	-10105362.865	16117823.310	18463965.074	7.464062142
21	-4707472.853	-16510516.736	20405651.330	-13.607038491
13	5790204.542	25900804,615	622406.994	305.408072348

- tägliche Aberration! (Brauche Position zum Sendezeitpunkt)

Beispiel: GPS Punktbestimmung (3)

- Beobachtungsgleichung

$$\begin{aligned}\hat{P}_r^s &= \hat{\rho}_r^s + c\hat{\delta}t_r - c\delta t^s \\ &= \sqrt{(x^s - \hat{x}_r)^2 + (y^s - \hat{y}_r)^2 + (z^s - \hat{z}_r)^2} + c\hat{\delta}t_r - c\delta t^s\end{aligned}$$

- Partielle Ableitungen

$$\frac{\partial P_r^s}{\partial \tilde{x}_r} = -\frac{x^s - \tilde{x}_r}{\rho_r^s}, \quad \frac{\partial P_r^s}{\partial \tilde{y}_r} = -\frac{y^s - \tilde{y}_r}{\rho_r^s}, \quad \frac{\partial P_r^s}{\partial \tilde{z}_r} = -\frac{z^s - \tilde{z}_r}{\rho_r^s} \quad \frac{\partial P_r^s}{\partial t_r} = c$$

Beispiel: GPS Punktbestimmung (4)

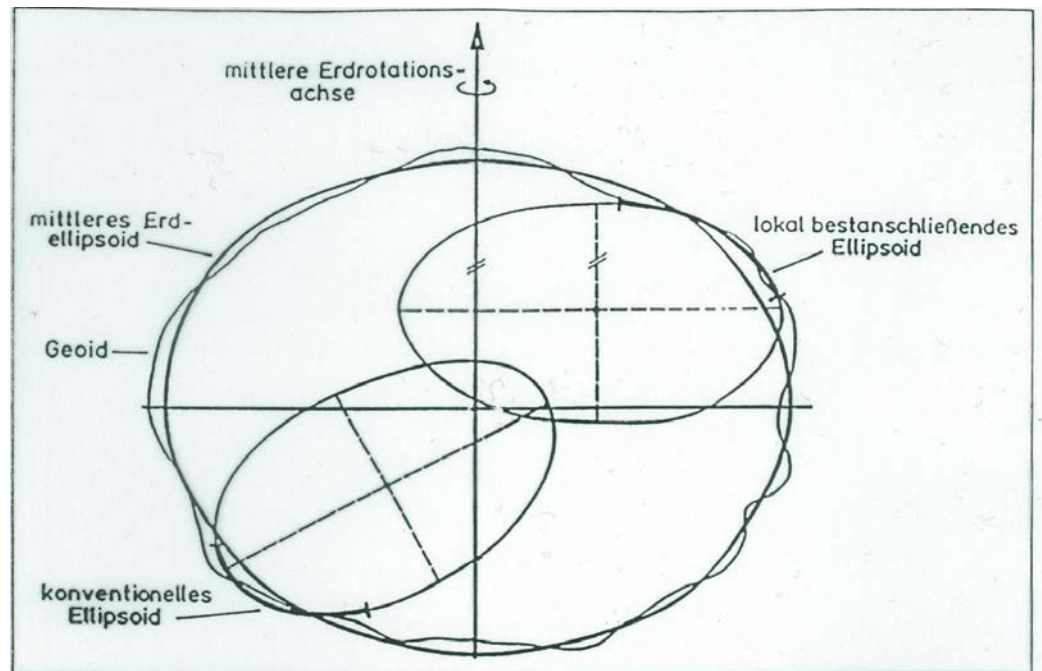
- Design Matrix

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{x^{s28}-\tilde{x}_r}{\rho_r^{s28}} & -\frac{y^{s28}-\tilde{y}_r}{\rho_r^{s28}} & -\frac{z^{s28}-\tilde{z}_r}{\rho_r^{s28}} & 1 \\ -\frac{x^{s25}-\tilde{x}_r}{\rho_r^{s25}} & -\frac{y^{s25}-\tilde{y}_r}{\rho_r^{s25}} & -\frac{z^{s25}-\tilde{z}_r}{\rho_r^{s25}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad \Delta \hat{x} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{x}_r \\ \Delta \hat{y}_r \\ \Delta \hat{z}_r \\ \Delta \hat{\delta t}_r \end{bmatrix}$$

- Lösung: $\Delta x = \text{inv}(A^T A) \cdot A^T \mid$

GNSS Positionierung

- Transformation in Landeskoordinaten (Kataster, Grundgrenzen, etc) erfolgt automatisiert am Rover (Gauß-Krüger Koordinaten)



Mathematik in der Geodäsie

- Ausgleichsrechnung
- Kugelfunktionen
- [Numerisch] integrieren, differenzieren
 - z.B. Orbits
- Fouriertransformation
 - Spektralanalyse
- Transformationen
- ... und vieles mehr!!!

Vielen Dank für die
Aufmerksamkeit!