



VIENNA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY  
DEPARTMENT OF GEODESY  
AND GEOINFORMATION

# Von Satelliten und Quasaren in der Geodäsie

Johannes Böhm

Technische Universität Wien

Fakultät für Mathematik und Geoinformation

Sankt Pölten, 20. März 2014

# Inhalt

- Teil 1
  - Höhere Geodäsie
  - Very Long Baseline Interferometry
  - Erdrotation
- Teil 2
  - Global Navigation Satellite Systems

# Höhere Geodäsie (1)

- ... beschäftigt sich mit der **Gestalt der Erde**, dem **Erdschwerefeld**, dem **Rotationsverhalten der Erde**, sowie globalen dynamischen Prozessen an ihrer Oberfläche wie Plattentektonik oder Meeresspiegelvariationen

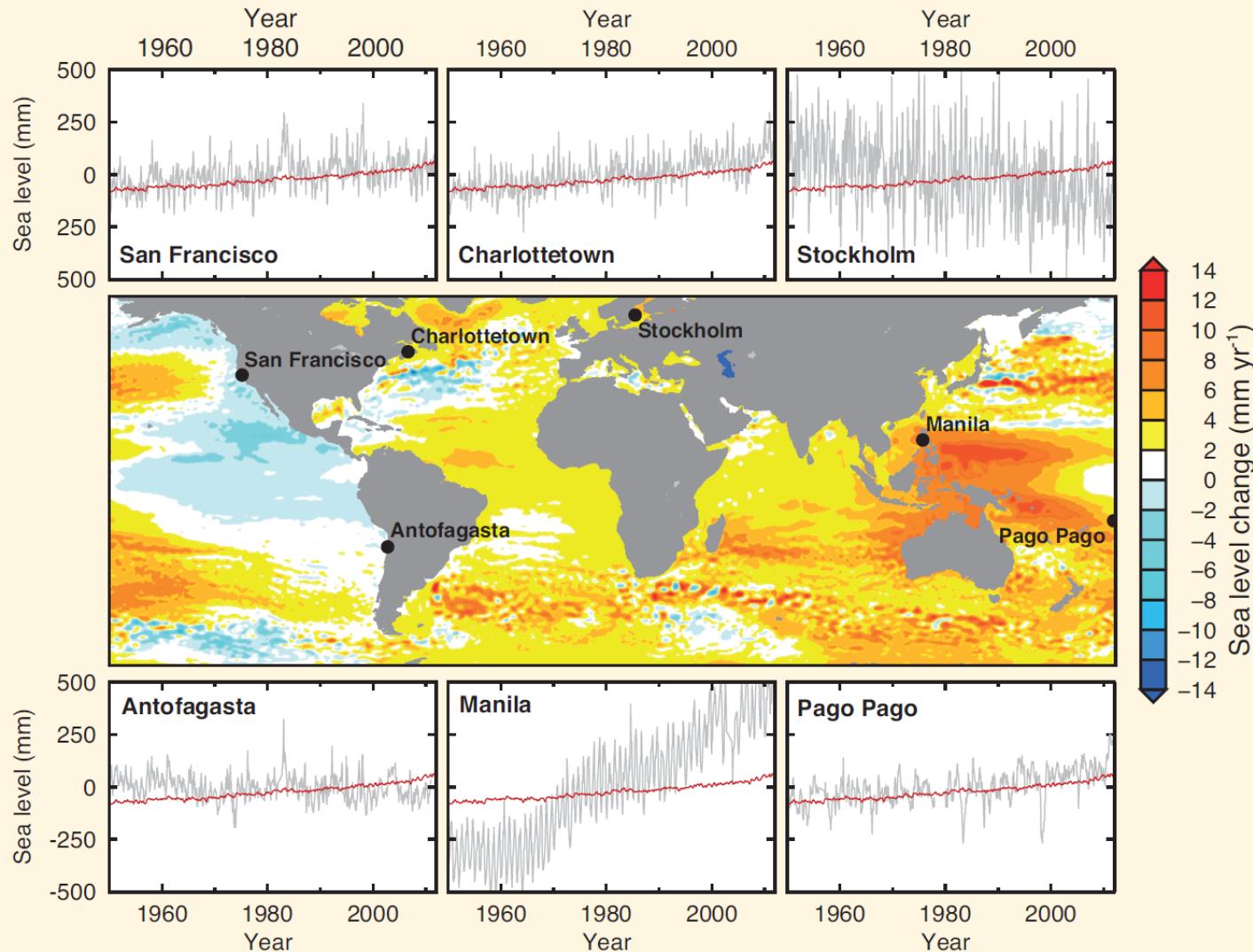
# Höhere Geodäsie (2)

- ... bedient sich dabei unter anderem **moderner geodätischer Weltraumverfahren**, insbesondere globaler Satellitennavigationssysteme und der Very Long Baseline Interferometry (VLBI)

# Höhere Geodäsie (3)

- ... leistet einen wesentlichen Beitrag zum besseren Verständnis des Systems Erde und liefert in Form von **genauen und stabilen Referenzsystemen** die Grundlage für die exakte Positionierung auf der Erde und im Weltraum sowie für die Beobachtung des Global Change

# Meeresspiegelanstieg



# Moderne Geodätische Weltraumverfahren

- Very Long Baseline Interferometry (VLBI)
- Global Navigation Satellite Systems (GNSS)
- Satellite/Lunar Laser Ranging (SLR/LLR)
- Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS)
- Schwerefeldmissionen (GRACE, GOCE)
- Altimetrie
- ...

mit Beiträgen von Hana Krásná

# **VERY LONG BASELINE INTERFEROMETRY (VLBI)**

# Radioantenne von K. Jansky

- Jansky stellte 1932 fest, dass die Milchstraße Radiostrahlung emittiert



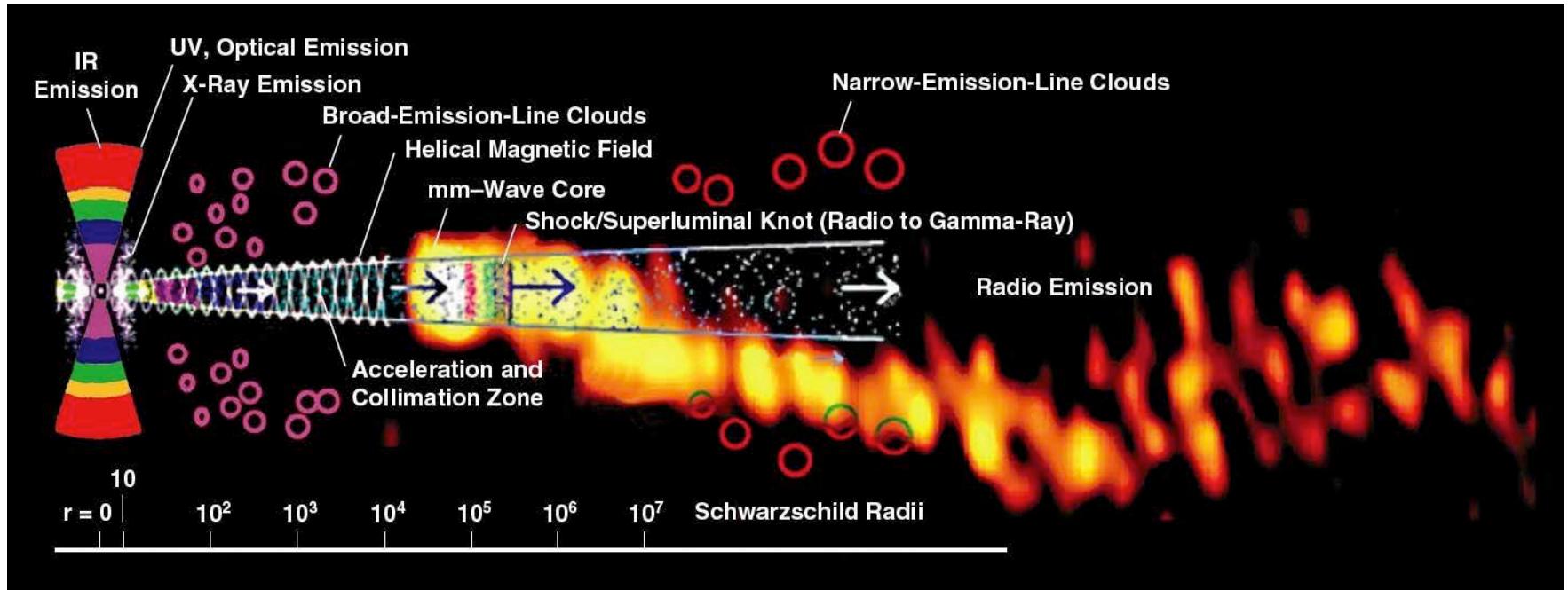
Nachbau in Greenbank, Bild von Alan Whitney

# Radioteleskope heute



Wettzell, Bayerischer Wald, Bild von A. Neidhardt

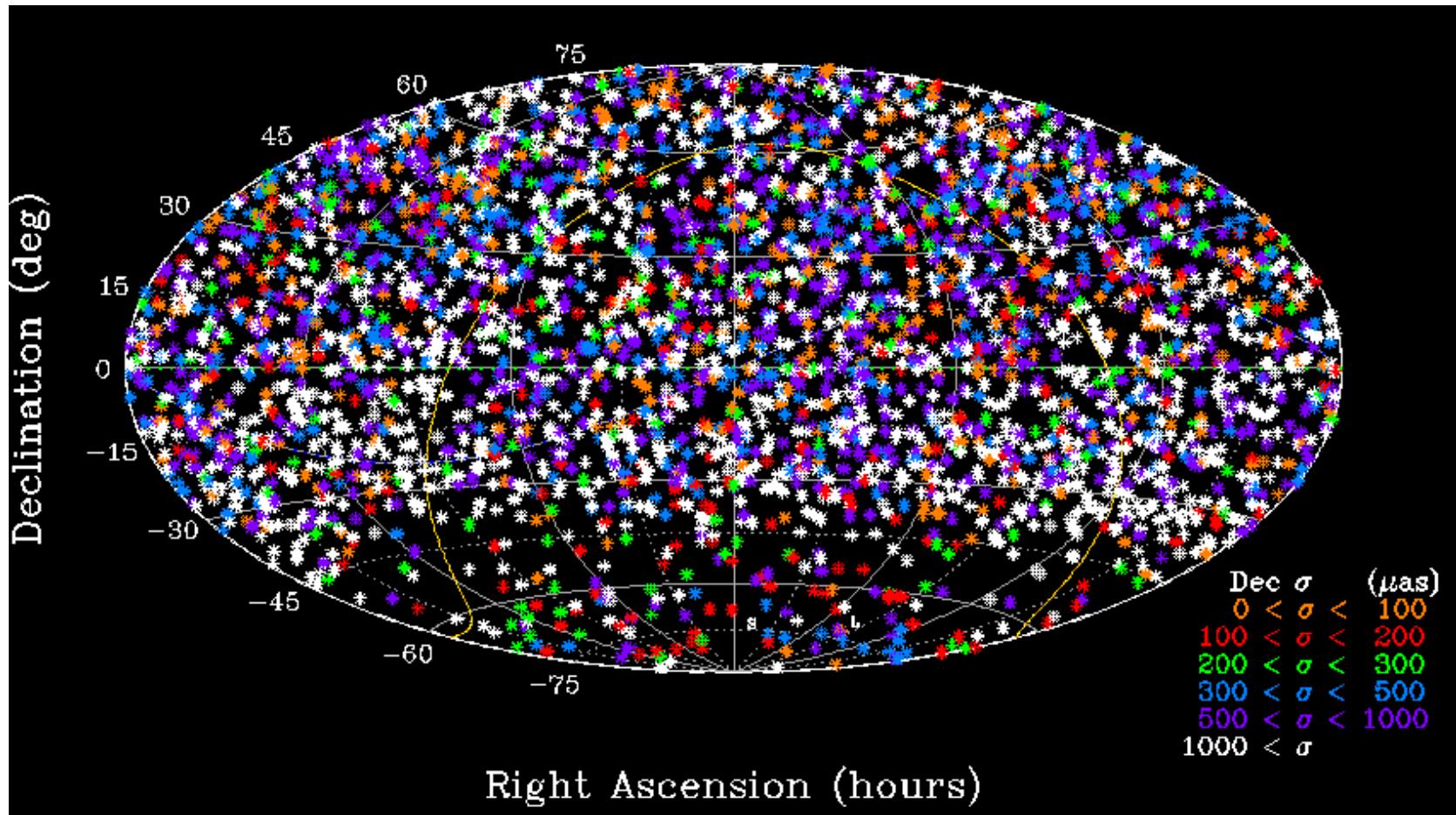
# Extragalaktische Radioquellen



Credit: A. Marscher, Proc. Sci., Italy, 2006; Overlay image: Krichbaum, et al, IRAM, 1999;  
Montage: Wehrle et al, ASTRO-2010, no. 310.

Vergleich Proxima Centauri in 4 Lichtjahren  
Entfernung (Eigenbewegung, Messgenauigkeit)

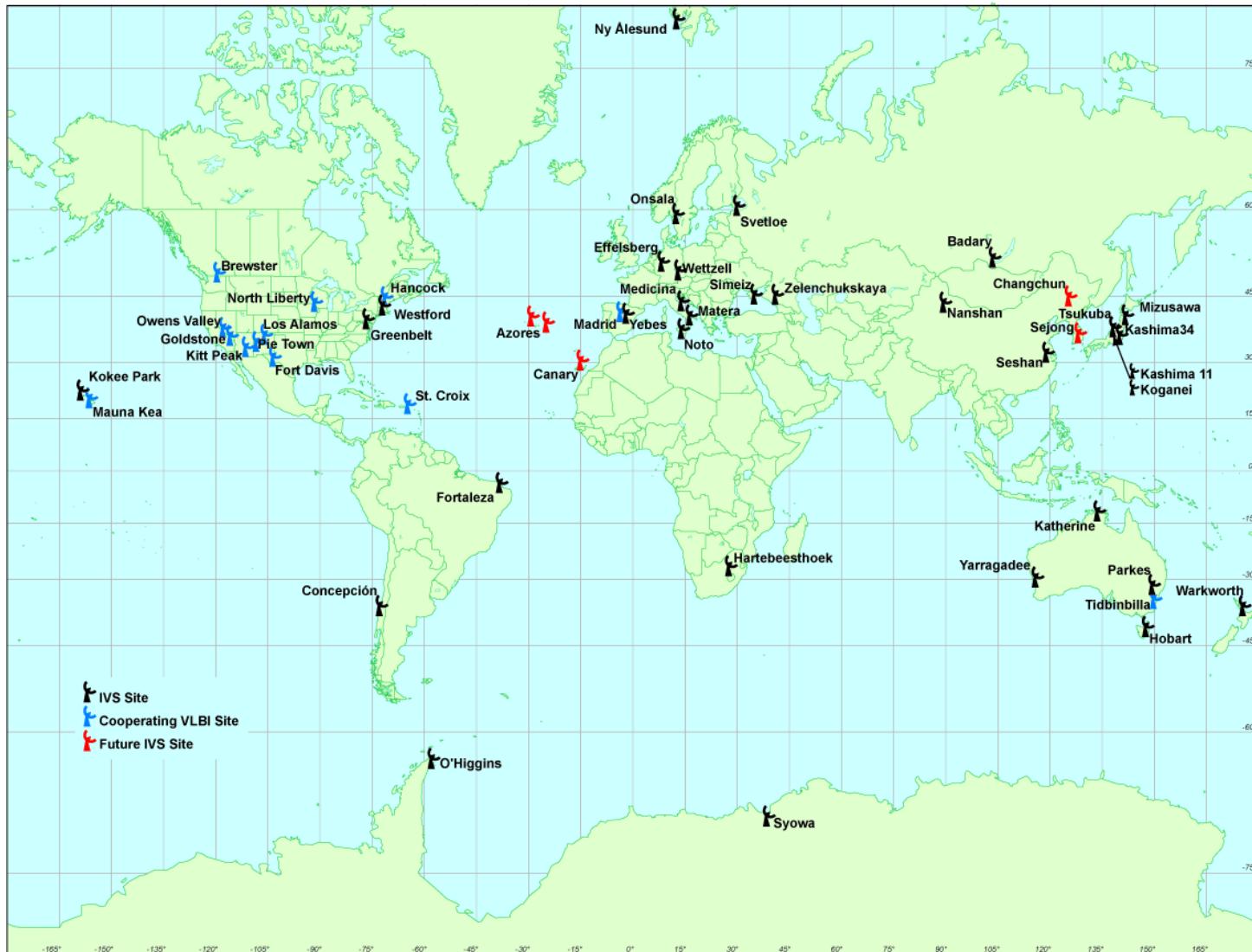
# International Celestial Reference Frame (S/X)



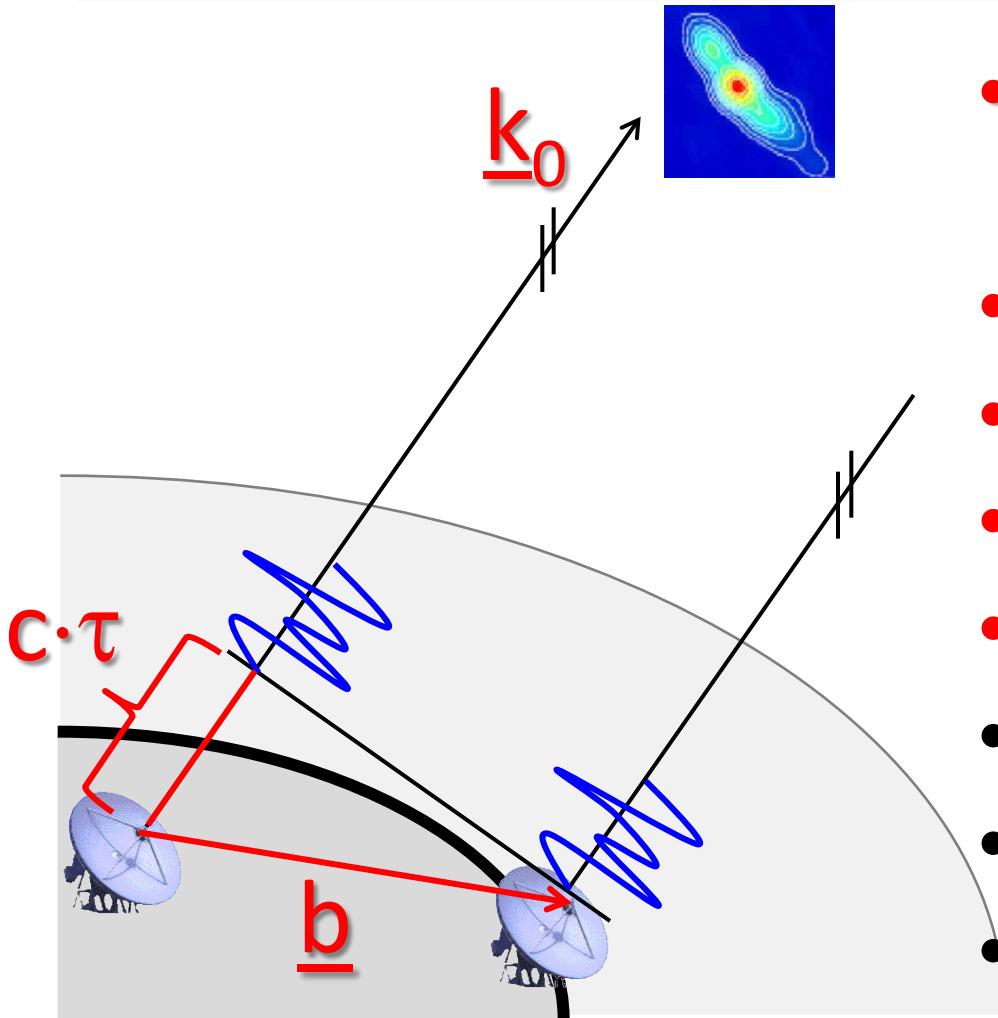
Ma et al., 2009, IERS

# VLBI Stationsnetzwerk

IVS

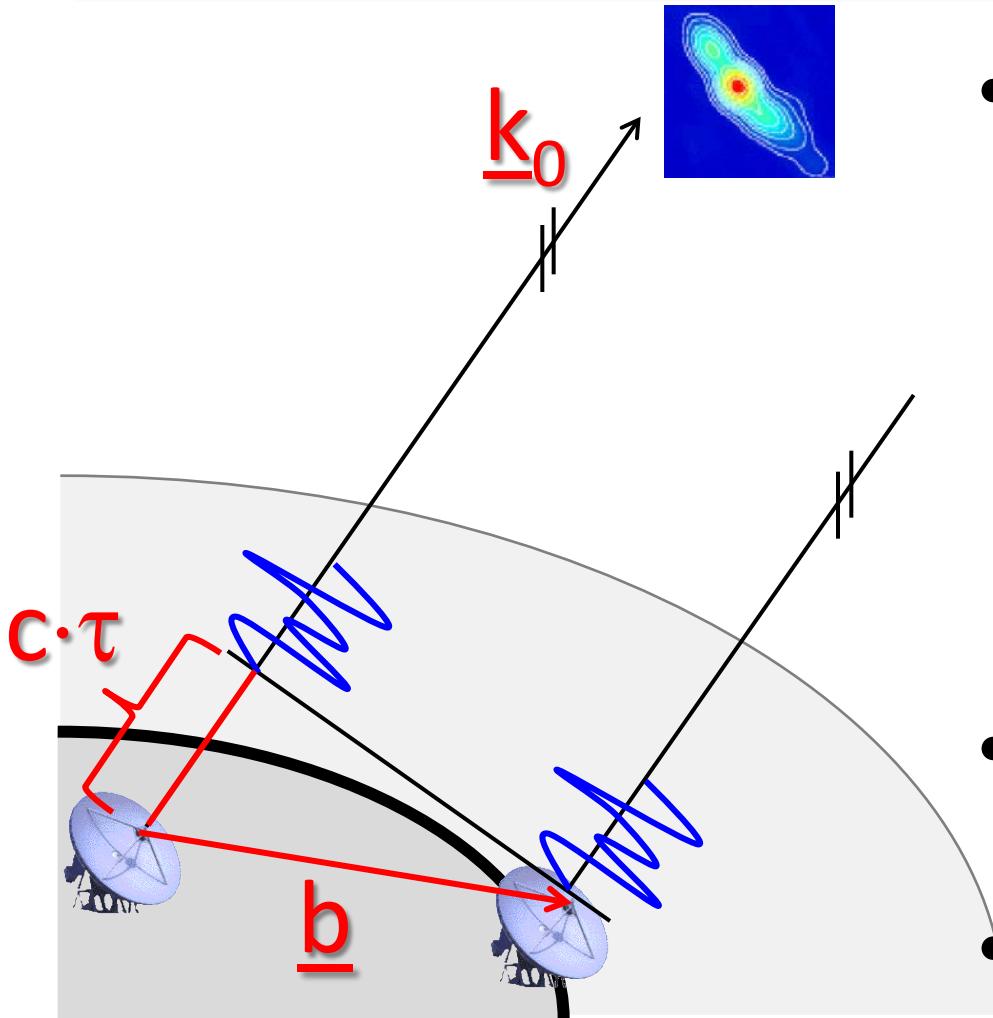


# VLBI Messprinzip



- $c \cdot \tau = -\underline{b} \cdot \text{WSN} \cdot \underline{k}_0$
  - $c$  Lichtgeschwindigkeit
  - $\tau$  Laufzeitdifferenz
  - $\underline{b}$  Basisvektor
  - $\underline{k}_0$  Quellenvektor
  - W Polbewegung
  - S Erdrotation
  - N Nutation
- EOP

# VLBI Messprinzip



- Aufzeichnung von Radiowellen der Quasare
  - 8 Kanäle im X-Band
  - 6 Kanäle im S-Band
  - Zeit mit  $10^{-15}$
  - Datenstrom 1 Gbit/s
  - Harddisks
- Transport mit surface mail
  - manchmal übers Netz
- Korrelation

# VLBI Korrelator

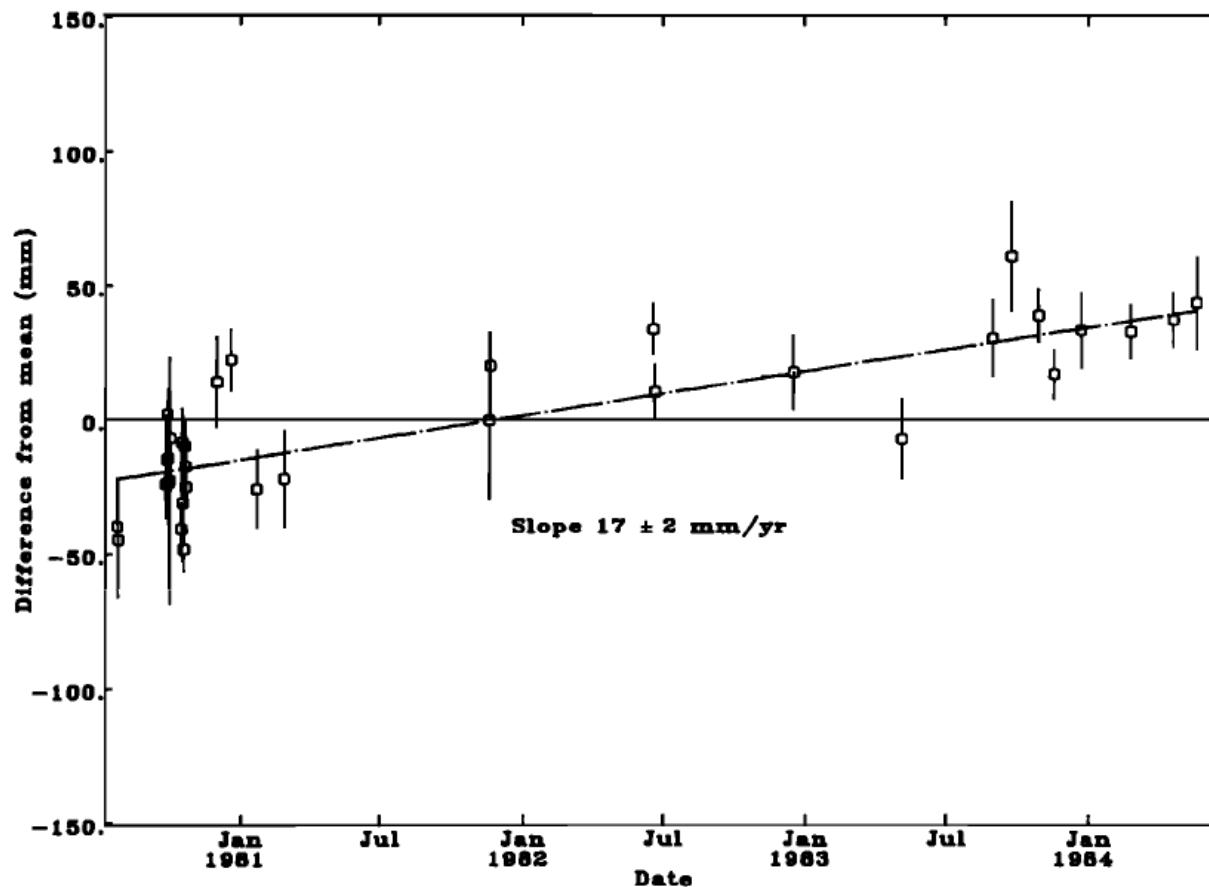


$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T V_1(t) \cdot V_2^*(t - \tau) \cdot dt$$



# Erster messtechnischer Nachweis der Plattentektonik

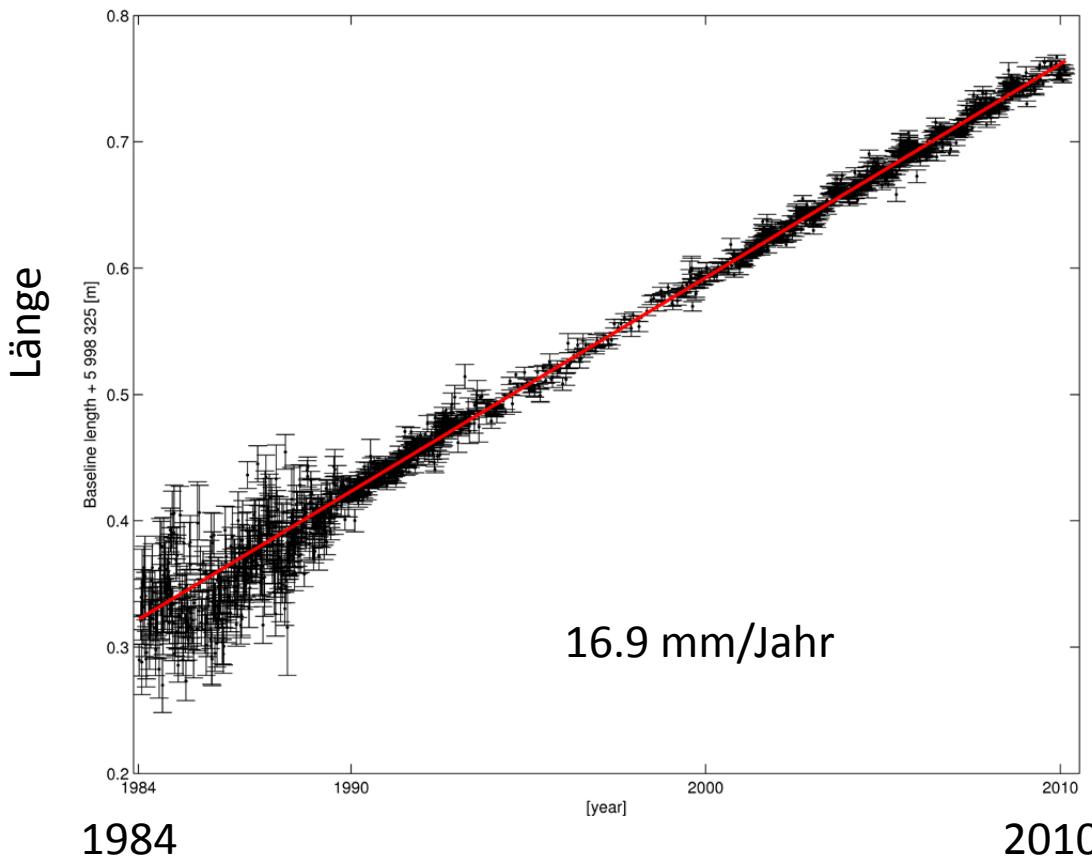
- Haystack, MA nach Onsala, SWE



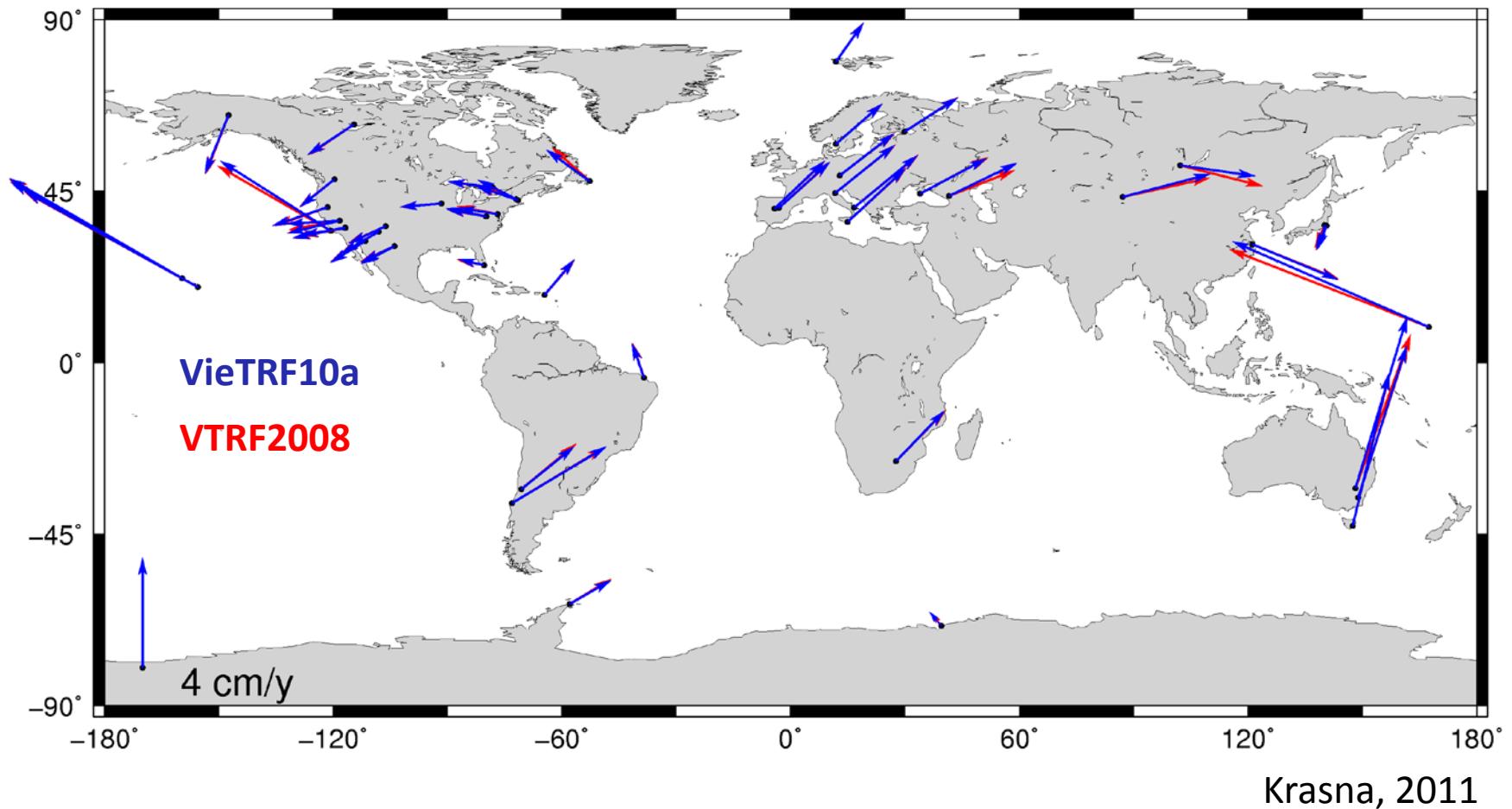
Herring et al., 1986

# ... und heute

- Westford, MA nach Wettzell, GER



# Terrestrischer Referenzrahmen

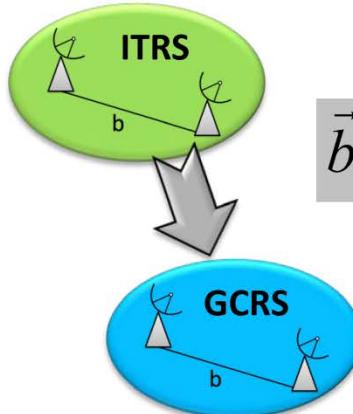


# VLBI Datenauswertung

- Relativistisches Modell
- Erdrotation
- Deformationen
  - Gezeiten der festen Erde
  - Atmosphärische Auflasteffekte
  - Ozeanische Auflasteffekte
- Atmosphärische Laufzeiten
  - Ionosphäre, Troposphäre
- Ziel: **o–c möglichst klein**

# Relativistisches Modell

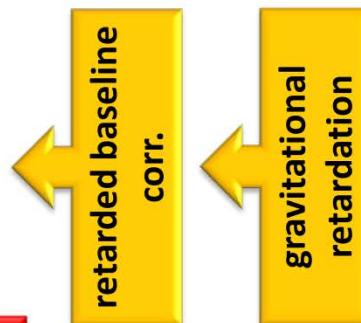
*International Terrestrial Reference System*



$$\vec{b}_{GCRS} = PNRW \cdot \vec{b}_{TRS}$$

*Geocentric Celestial  
Reference System*

*Barycentric Celestial  
Reference System*



Lorentz-transformation

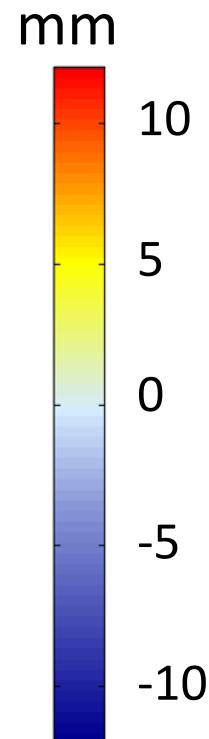
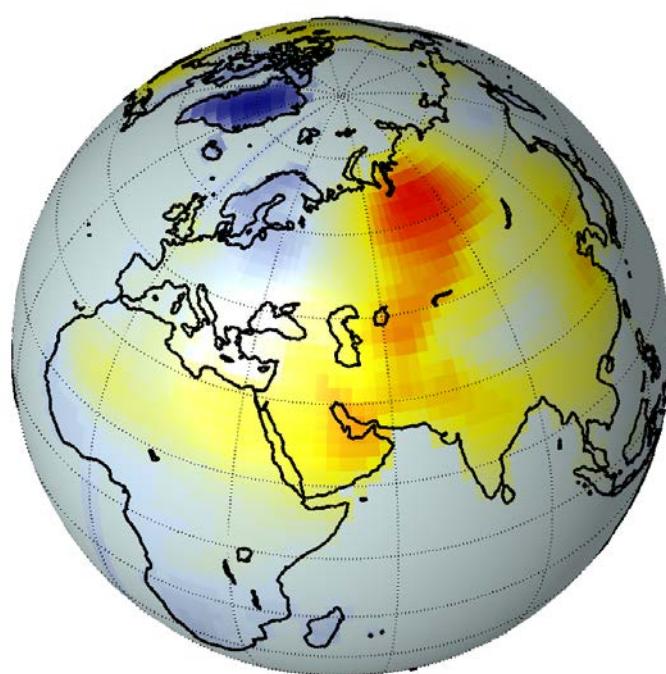


Lorentz-transformation

$\tau$  in TT-frame

Lucia Plank

# Atmosphärische Auflasteffekte

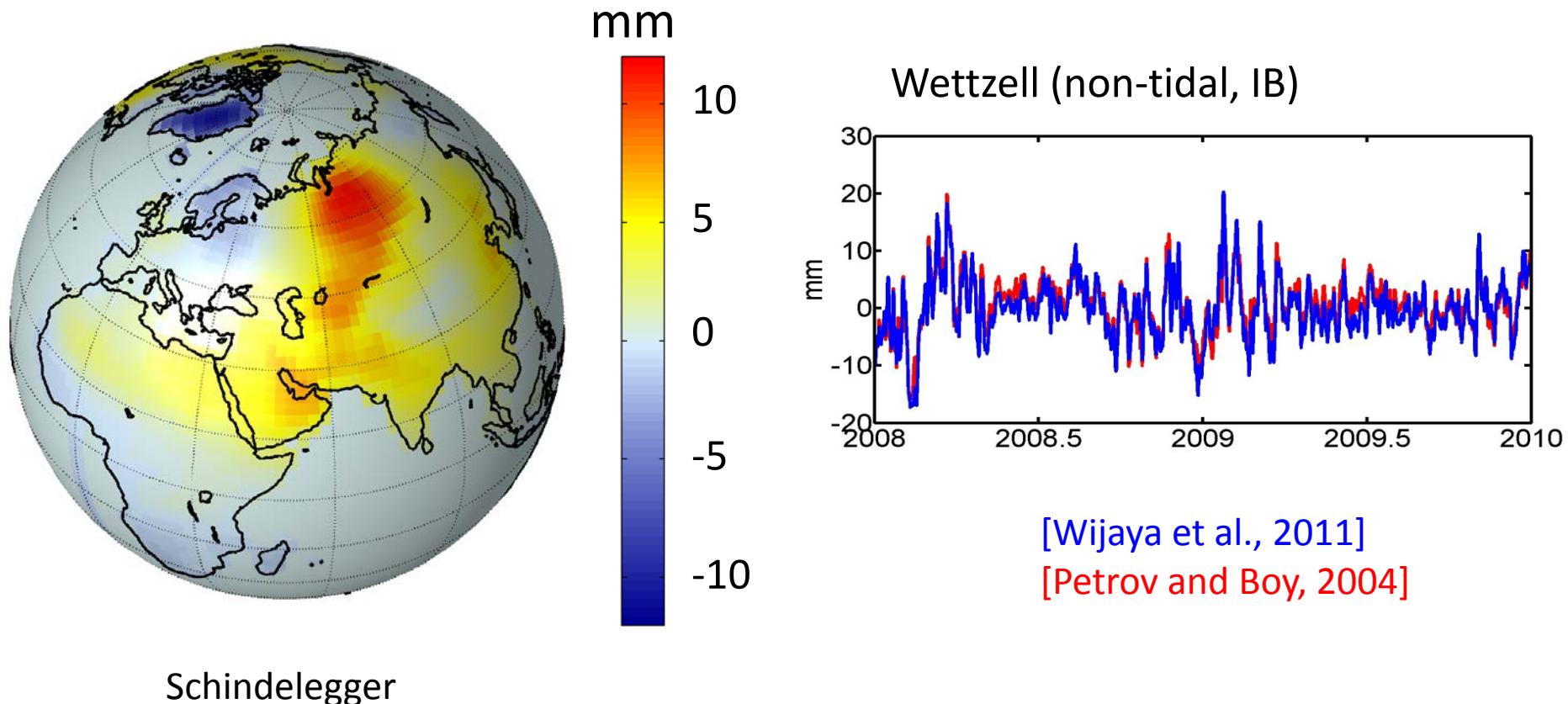


$$u_r = \iiint_{\text{Erde}} (p_s - p_{ref}) \cdot G_R(\psi) \cdot ds$$

- $p_s$  Oberflächendruck  
 $p_{ref}$  Referenzdruck  
 $G_R$  Green'sche Funkt.

Schindlegger

# Atmosphärische Auflasteffekte



# Kleinste-Quadrat Ausgleichung

- ... ist von großer Bedeutung in der Geodäsie
- Mehr Beobachtungen als Unbekannte
- Genauigkeitsangaben möglich

$$A \cdot dx = l + v$$

# Produkte der VLBI mit Genauigkeit

- Erdorientierungsparameter: 50  $\mu$ as
- Terrestrischer Referenzrahmen: 5 mm
- Himmelsfester Referenzrahmen: 40 bis 250  $\mu$ as
- Ziel: 1 mm bzw. 0.1 mm/Jahr

3 mm/Jahr  
Meeresspiegelanstieg

# Multi-Media

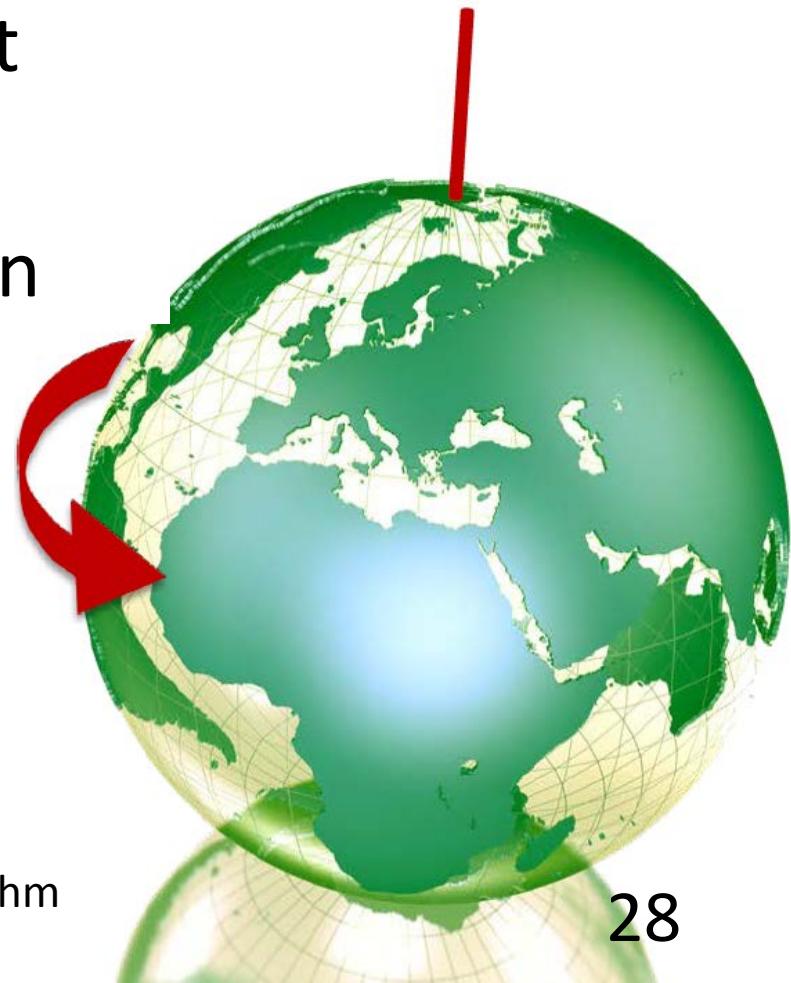
- [IVS Live](#)
  - Herausforderungen beim Schedulen
- [NASA Clip zur VLBI](#)

mit Beiträgen von Sigrid Böhm und Michael Schindelegger

# ERDROTATION

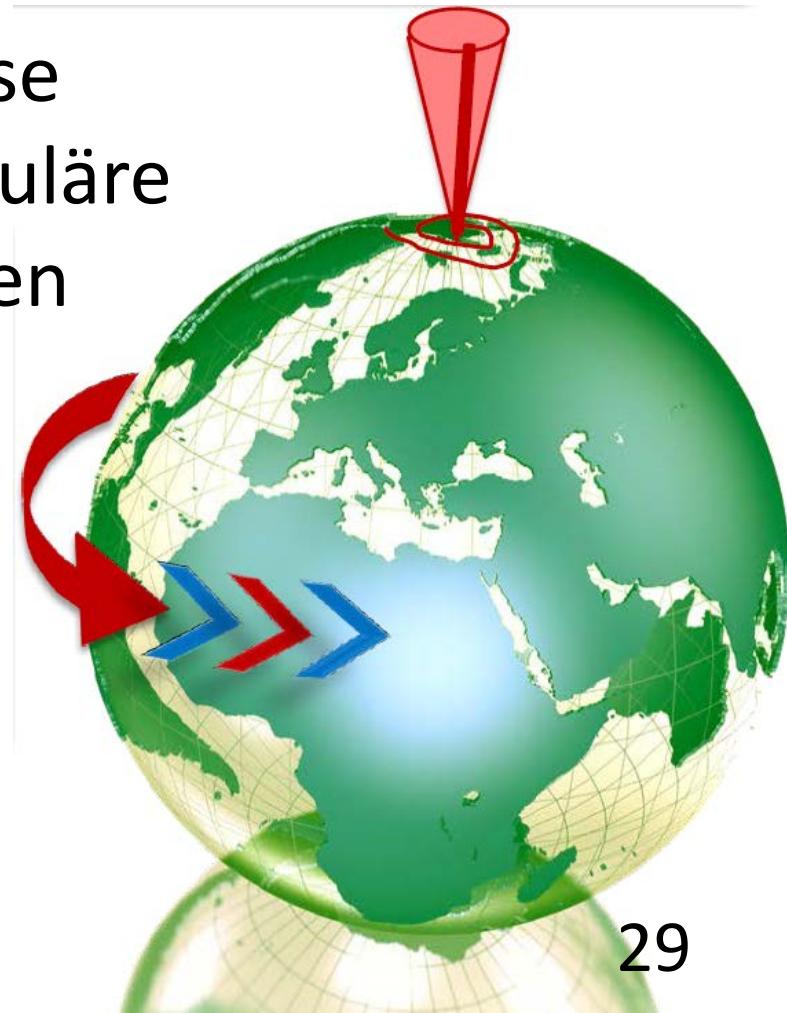
# Phänomene der Erdrotation

- Die Erde rotiert nicht mit konstanter Geschwindigkeit
- Die Richtung der Erdachse ändert sich in Bezug auf den Weltraum
- Der Erdkörper ändert seine Lage in Bezug auf die Erdachse

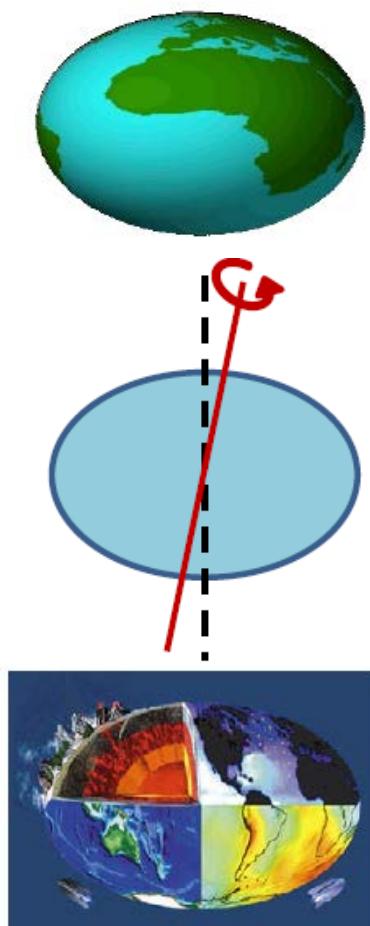


# Phänomene der Erdrotation

- Rotationsgeschwindigkeit und Richtung der Rotationsachse erfahren periodische, irreguläre und säkulare Veränderungen



# Warum rotiert die Erde nicht gleichförmig um eine feste Achse?



- Die Gestalt der Erde ist keine Kugel sondern ein abgeplattetes Rotationsellipsoid
- Die Erde rotiert nicht um die Achse des größten Hauptträgheitsmomentes (Figurenachse)
- Der Erdkörper ist nicht starr und homogen (deformierbare feste Erde, Ozean, Atmosphäre, flüssiger Kern)

# Konsequenzen der Erdrotation für

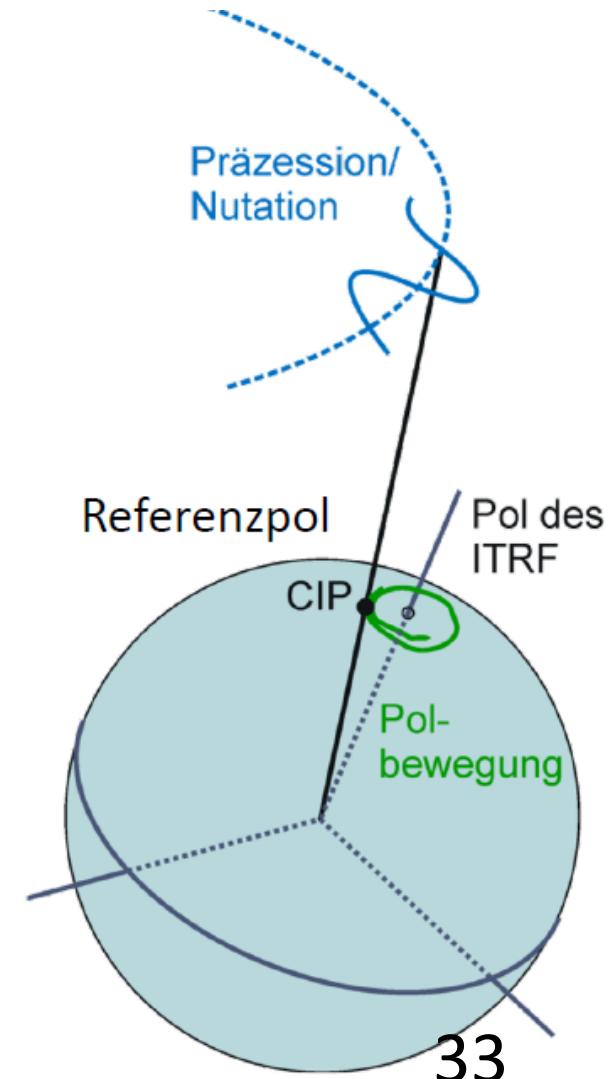
- das tägliche Leben (Zeitmessung)
- Positionierung und Navigation
  - auf der Erde ( $100 \text{ ms} = 45 \text{ m}$  an Erdoberfläche)
  - im Weltraum ( $0.1 \text{ ms} = 1.6 \text{ km}$  am Mars)
- Geodäsie (Referenzrahmen)
- Erdsystemforschung
  - Wechselwirkungen

# Wir benötigen Größen zur Beschreibung von ..

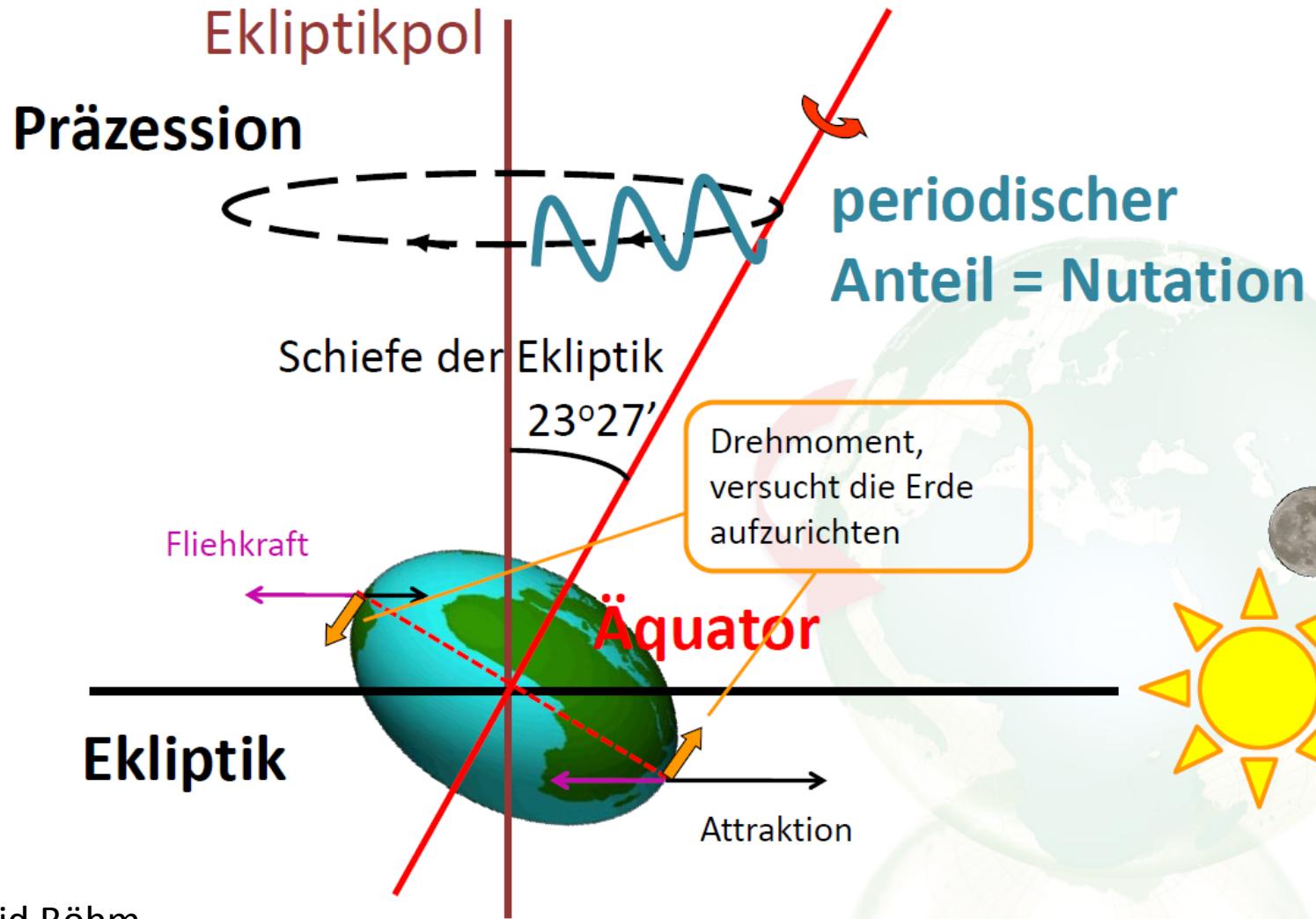
- der Änderung der Orientierung der Rotationsachse in einem himmelsfesten Referenzrahmens (CRF, Sternenhintergrund)
- der Änderung der Lage der Rotationsachse bzg. eines erdfesten Systems (TRF, Erdkruste)
- der Änderung der Rotationsgeschwindigkeit bzg. der Atomzeit
- → 5 statt 3 Parameter

# Präzession und Nutation

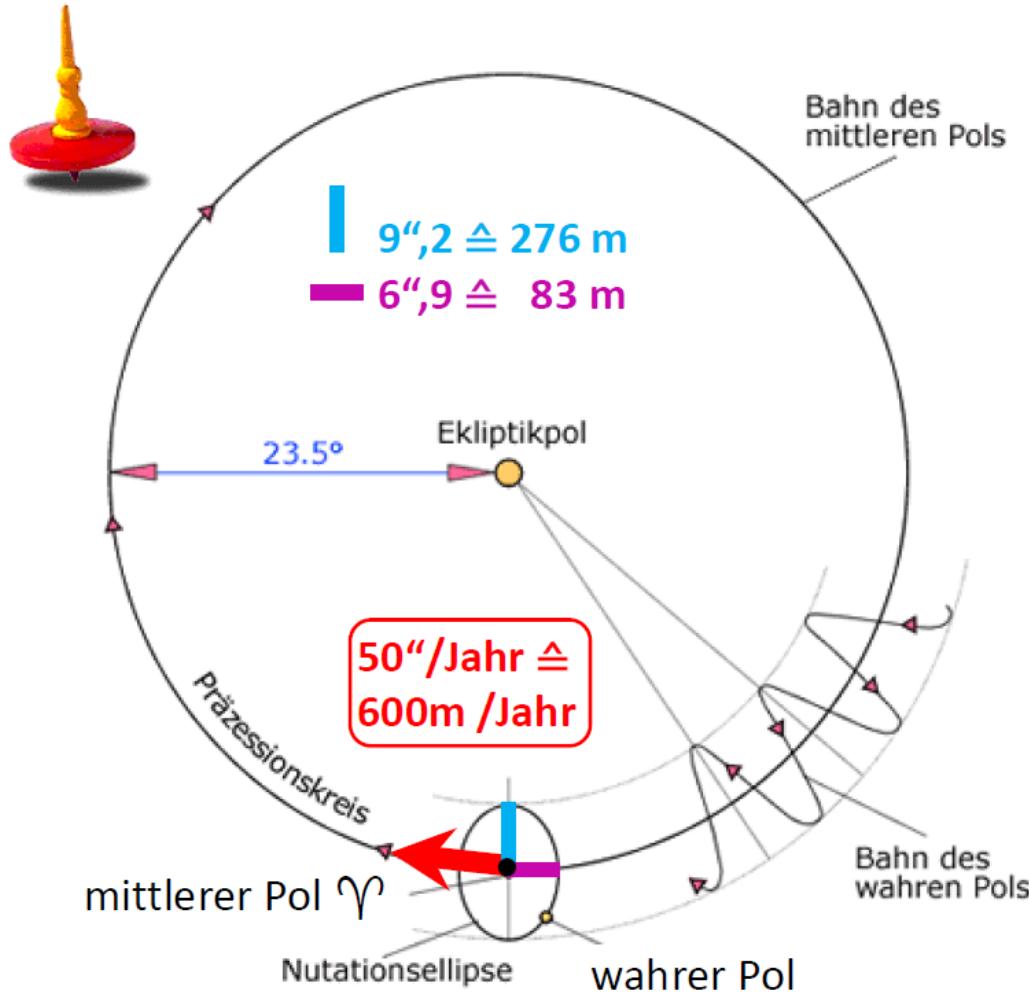
- Richtungsänderung der Erdrotationsachse bzg. des festen Sternenhintergrundes
- Die Achse beschreibt eine kegelförmige Bahn im Raum (Präzession, 25800 Jahre) überlagert von kurzperiodischen Schwankungen (Nutation)



# Präzession und Nutation



# Präzession und Nutation

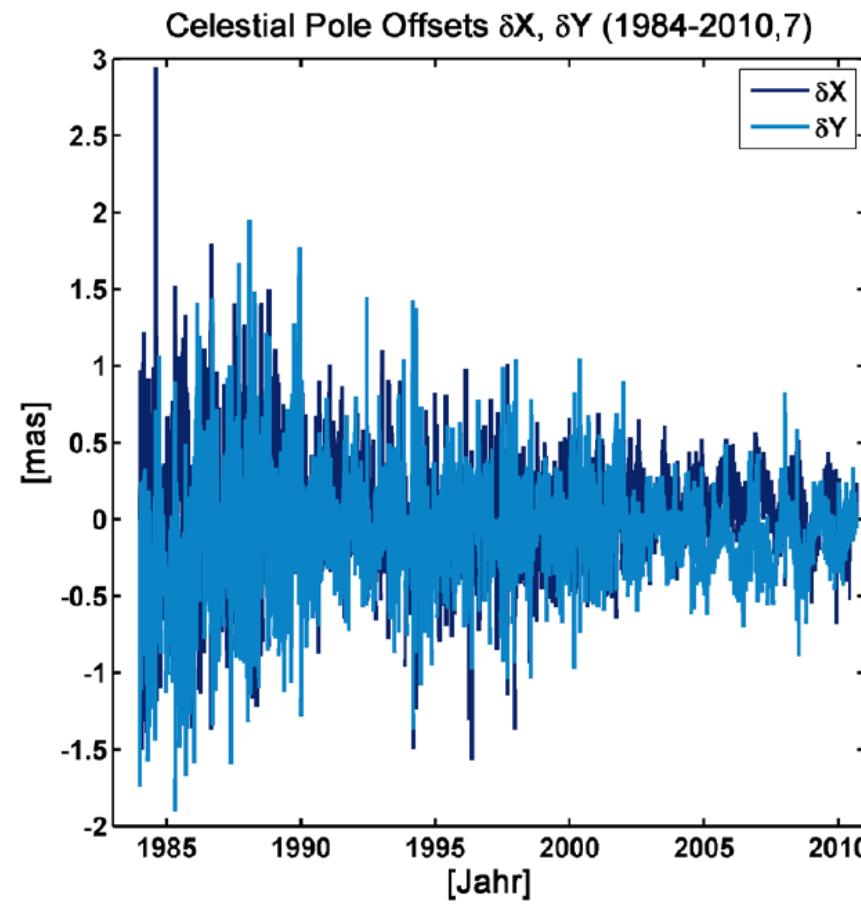


Präzession: 25800 Jahre  
= Platonisches Jahr

Nutationsperiode mit  
der größten Amplitude  
(Umlauf d. Mondknotens  
mit 18.6 Jahren)

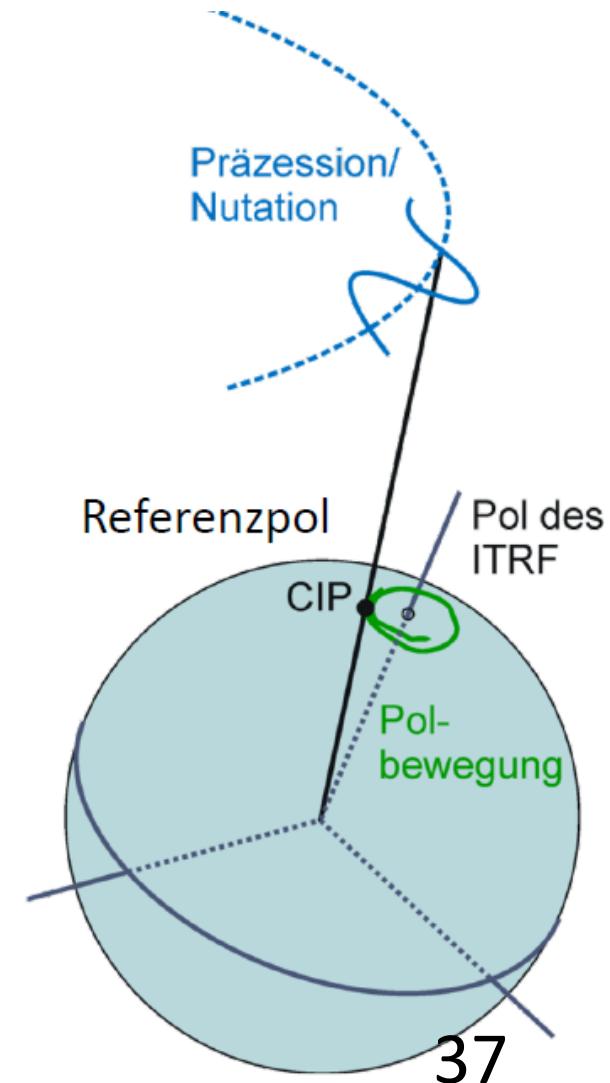
# Präzession und Nutation

- Mit der VLBI gemessene Zuschläge zum Nutationsmodell



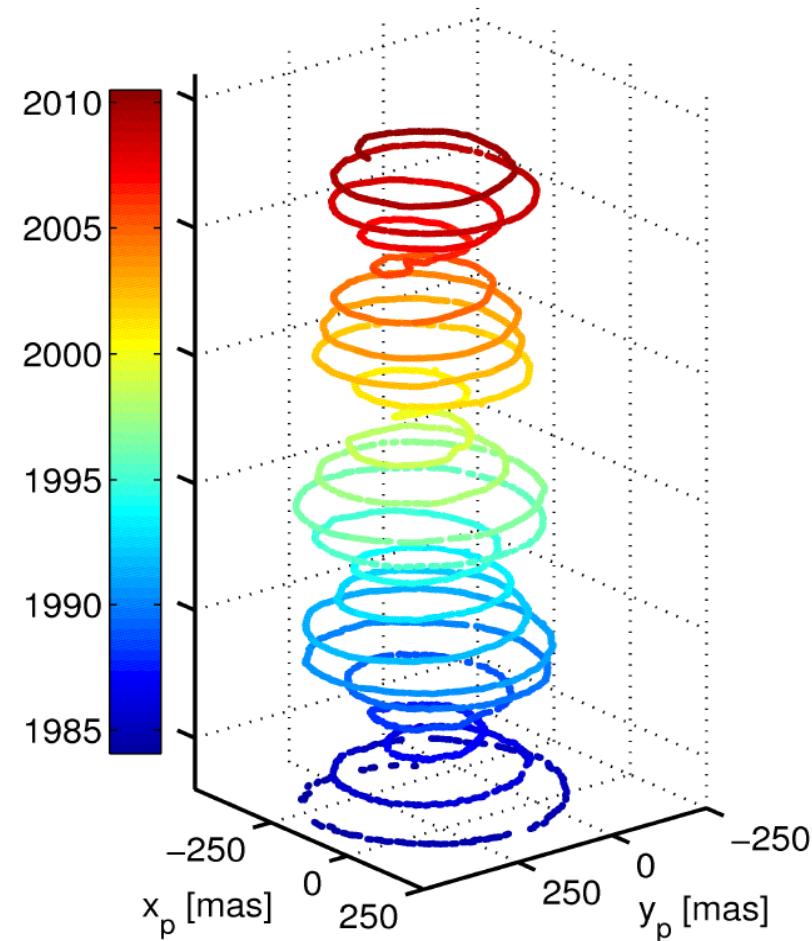
# Polbewegung

- Richtungsänderung der Erdrotationsachse in Bezug auf den erdfesten Referenzrahmen

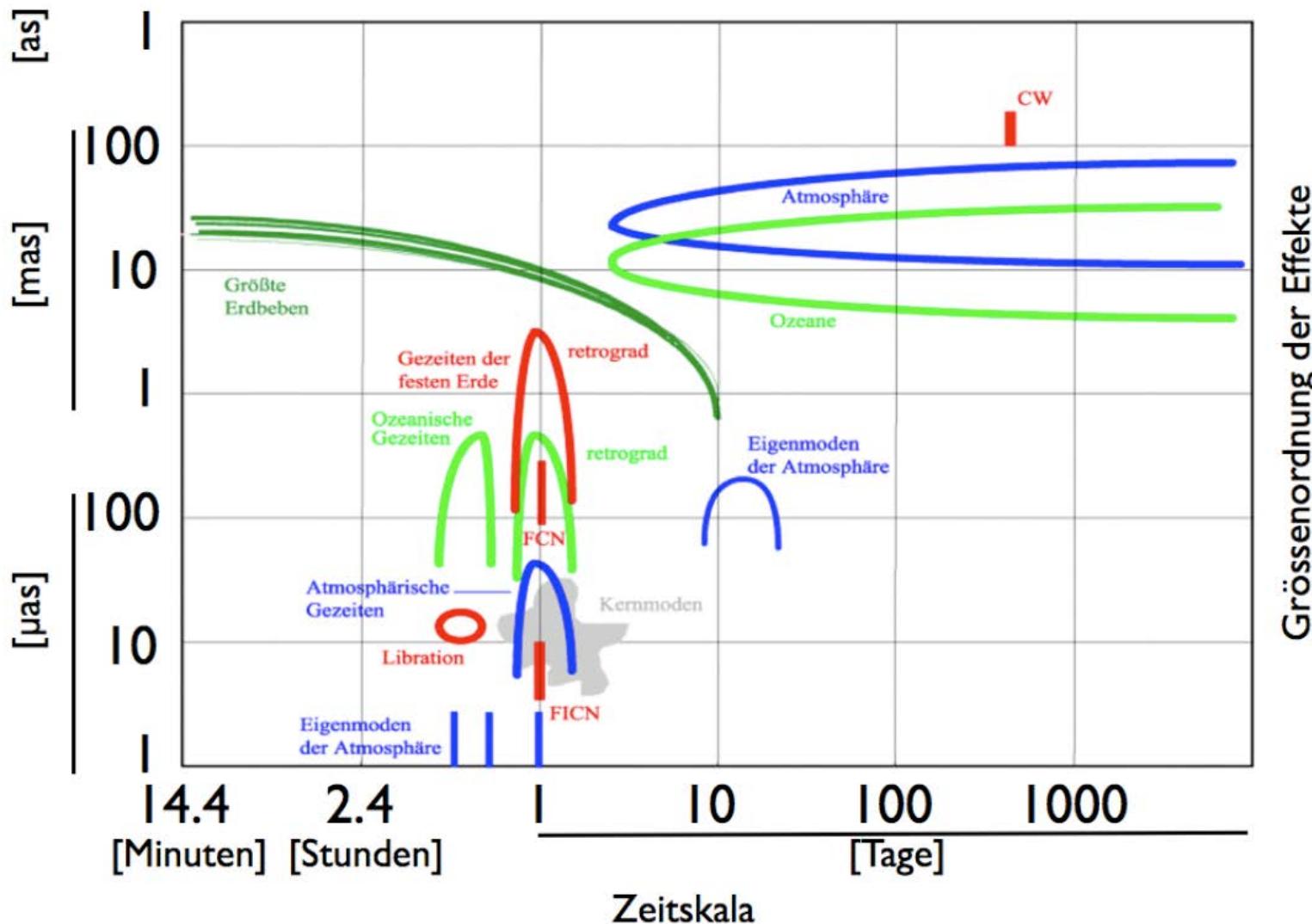


# Polbewegung

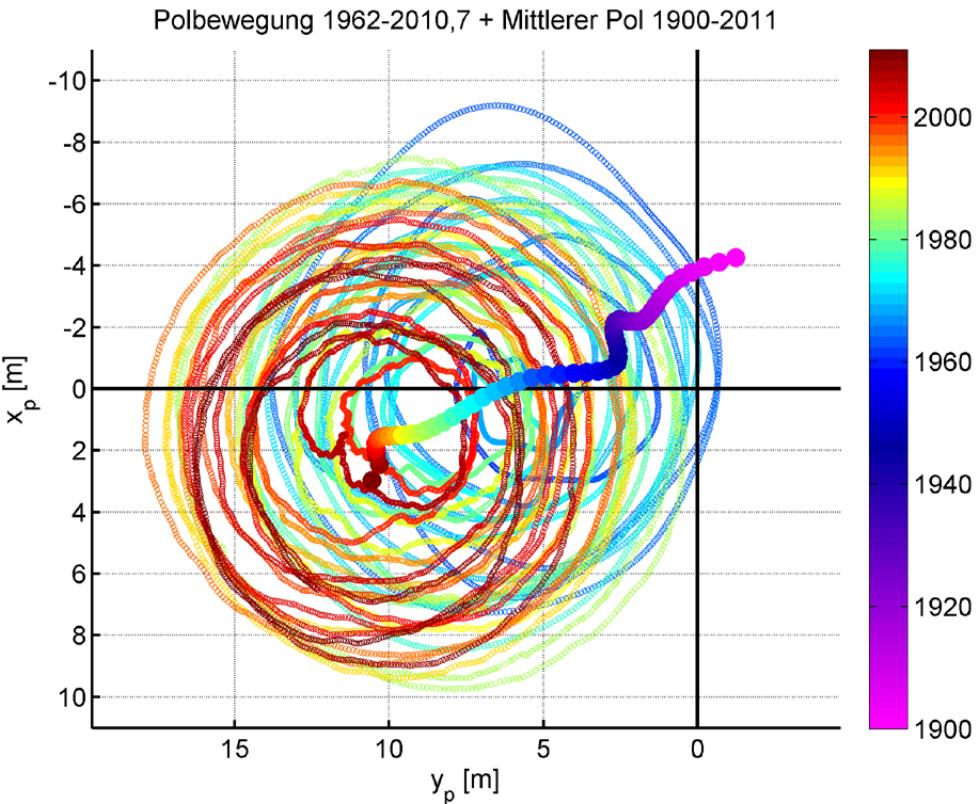
- Chandler Wobble
    - freie Schwingung
    - ca. 433 Tage
  - Jährliche Schwingung
    - durch Atmosphäre
- 
- Schwebung
    - 6.3 Jahre, 9 m



# Ursachen der Polbewegung



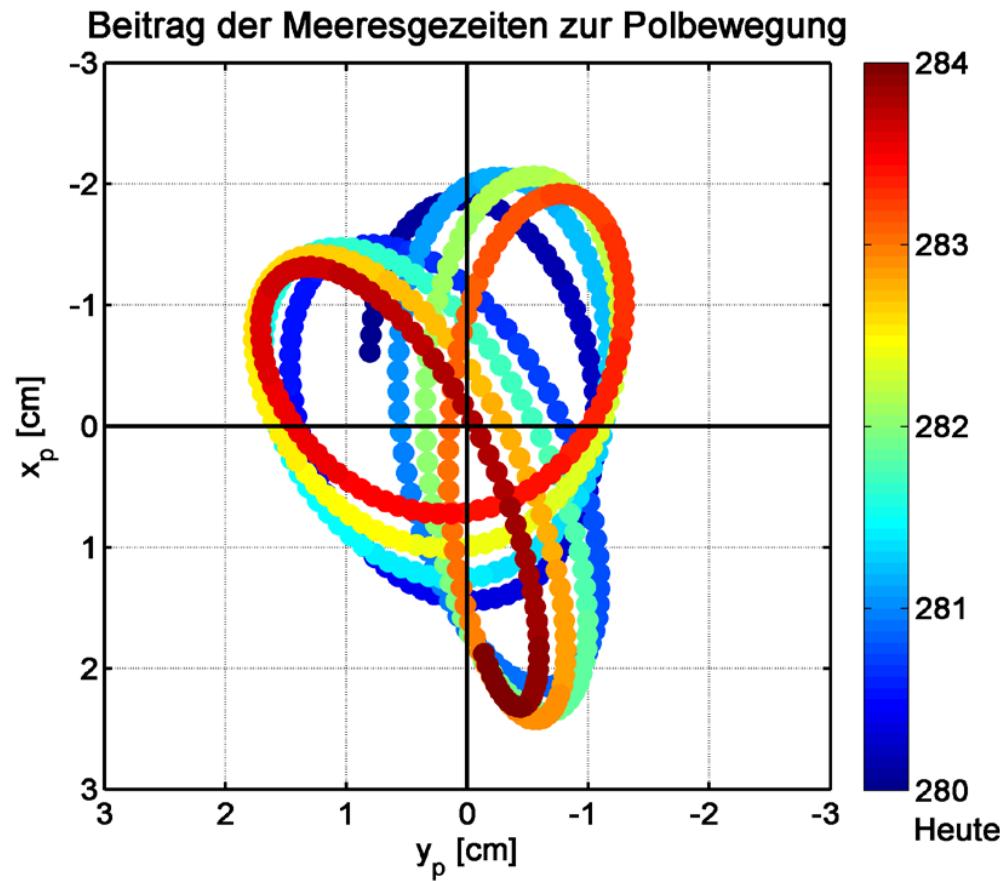
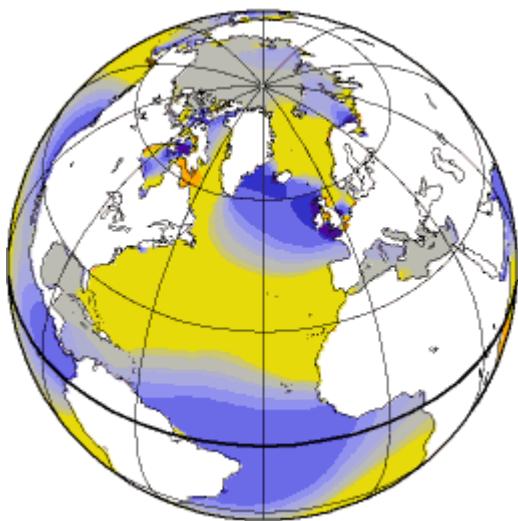
# Säkulare Polbewegung



- Lineare Drift
  - + 78° West
  - 10 cm pro Jahr
- Gründe
  - Postglaziale Landhebung
  - Abschmelzen von Eis

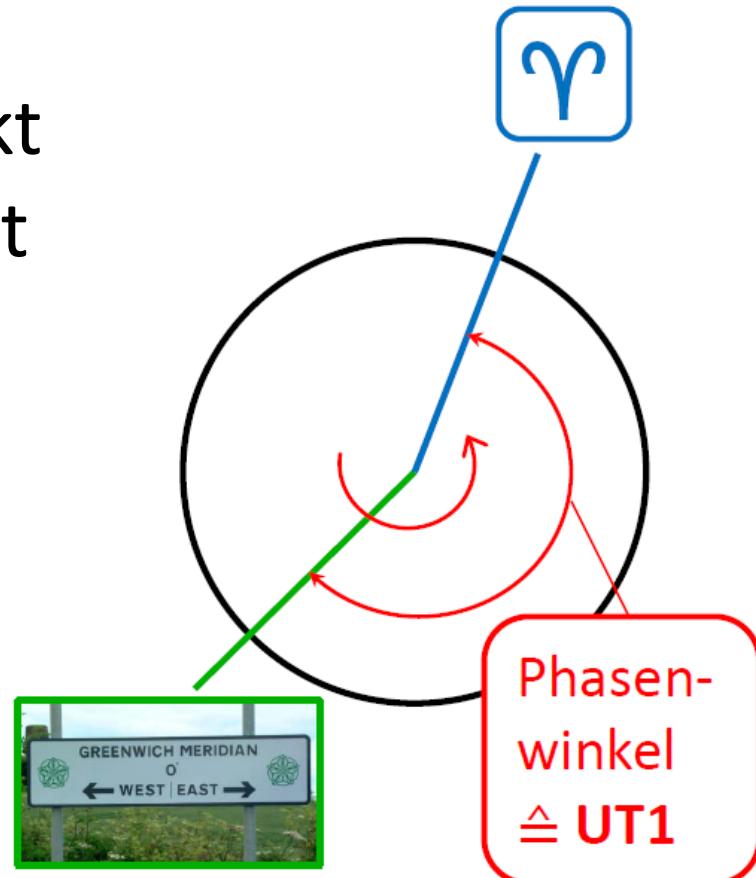
# Beitrag durch Meeresgezeiten

- zum Beispiel M2

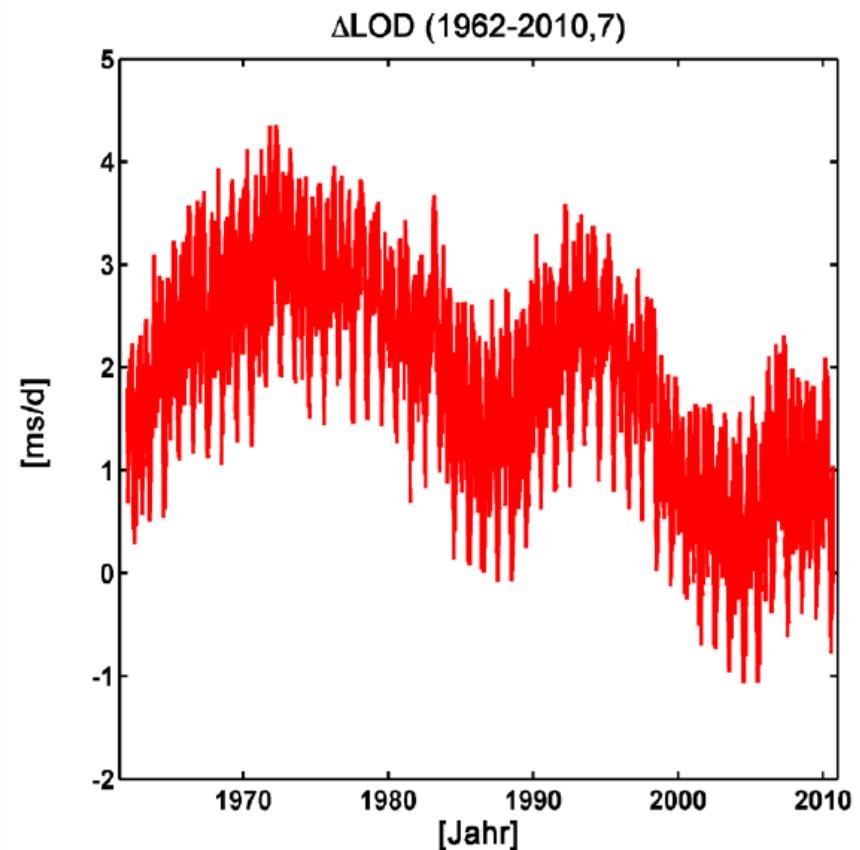
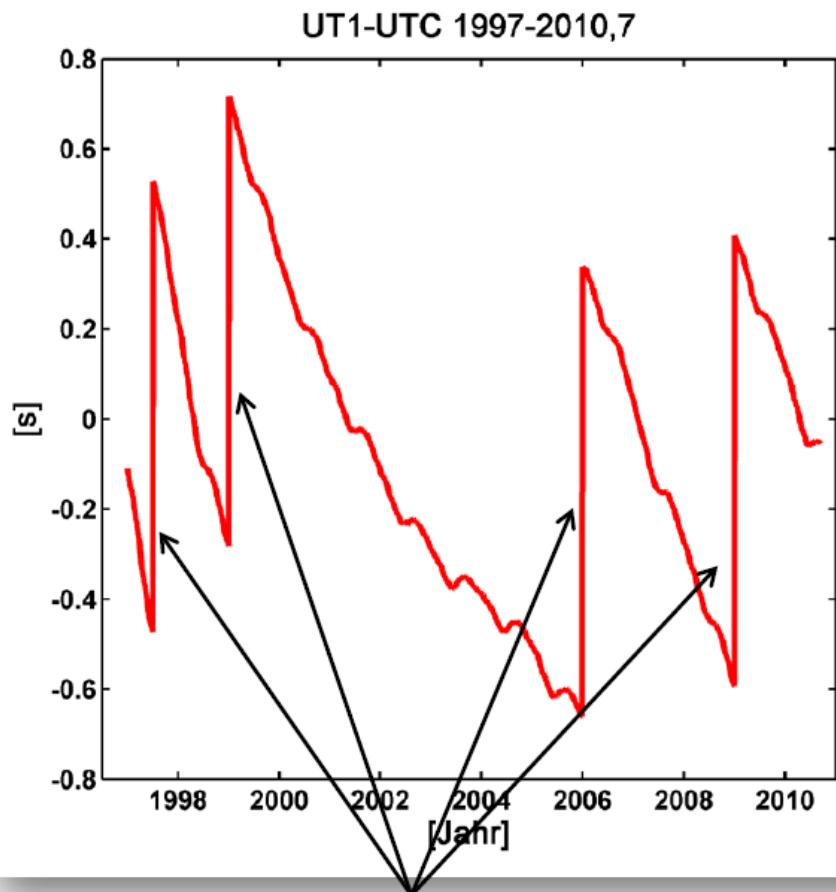


# Weltzeit - Tageslänge

- Variable Rotationsgeschwindigkeit ausgedrückt als Abweichung der Weltzeit (UT1) von der Atomzeit:  
 $d\text{UT1} = \text{UT1} - \text{UTC}$
- Zeitliche Ableitung ist die Tageslänge bezogen auf 86400 sec ( $\Delta\text{LOD}$ )

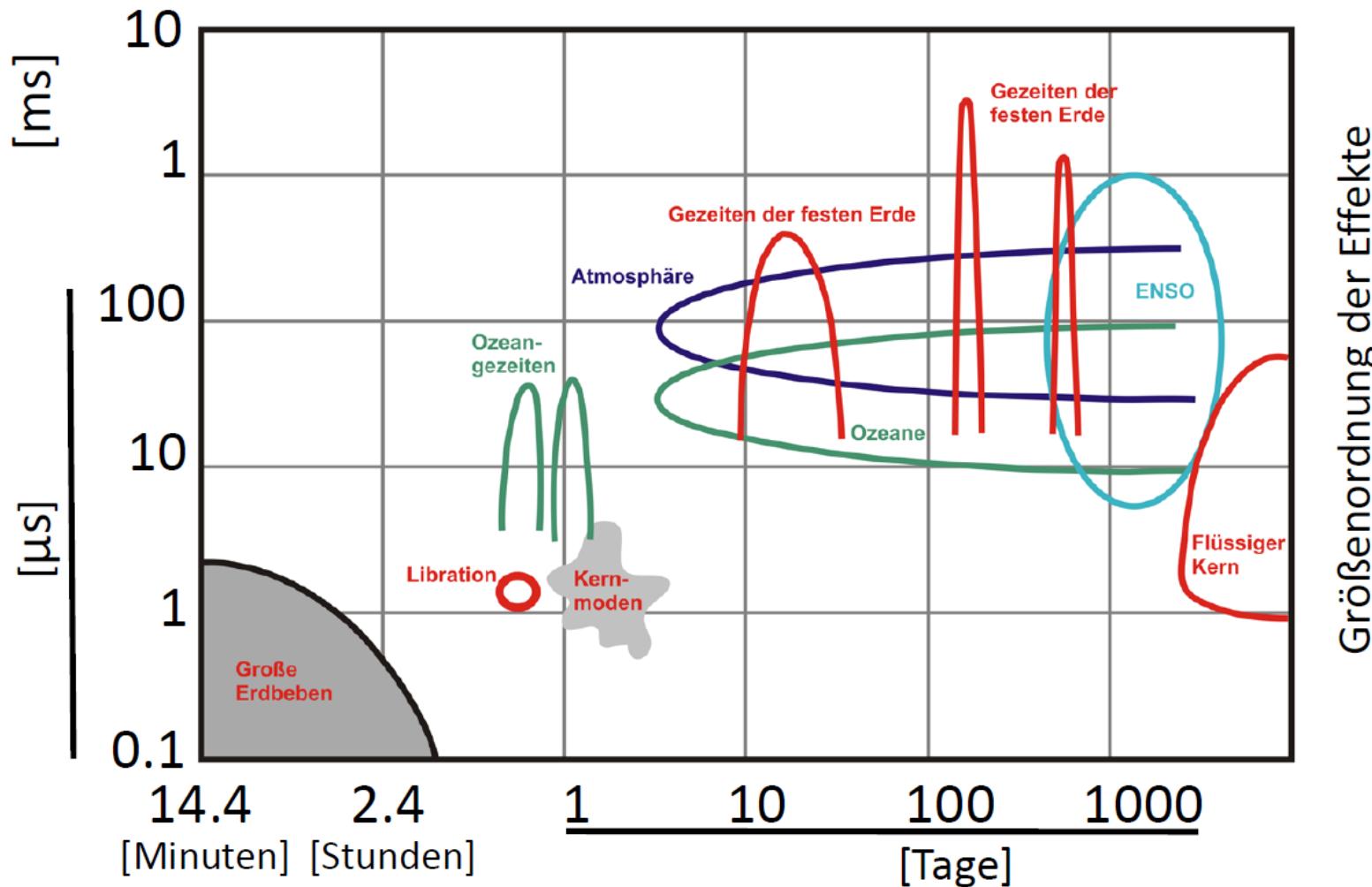


# Weltzeit - Tageslänge



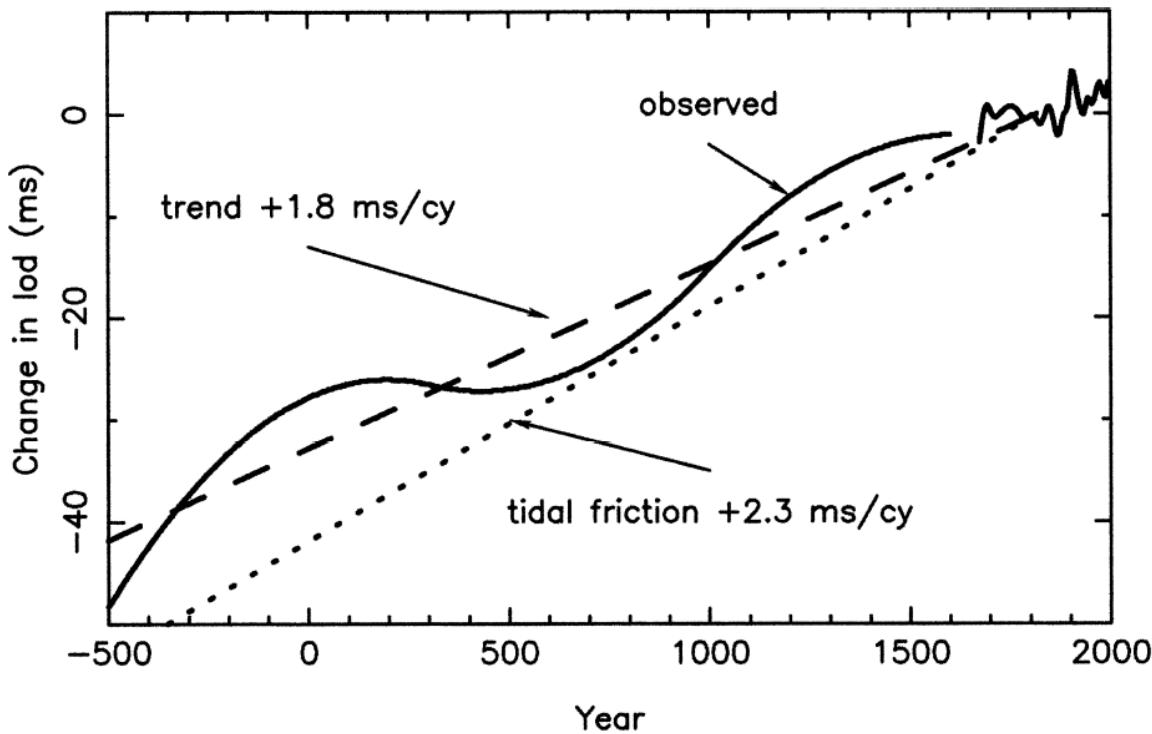
Schaltsekunden

# Einflüsse auf Weltzeit

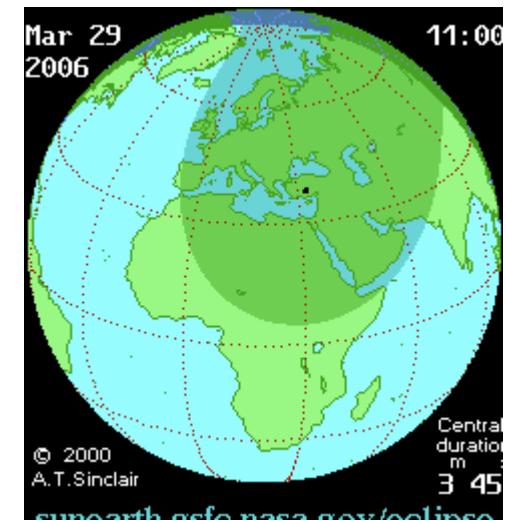


# Verlangsamung der Erdrotation

- Zunahme der Tageslänge ca. 2 ms/Jhdtt



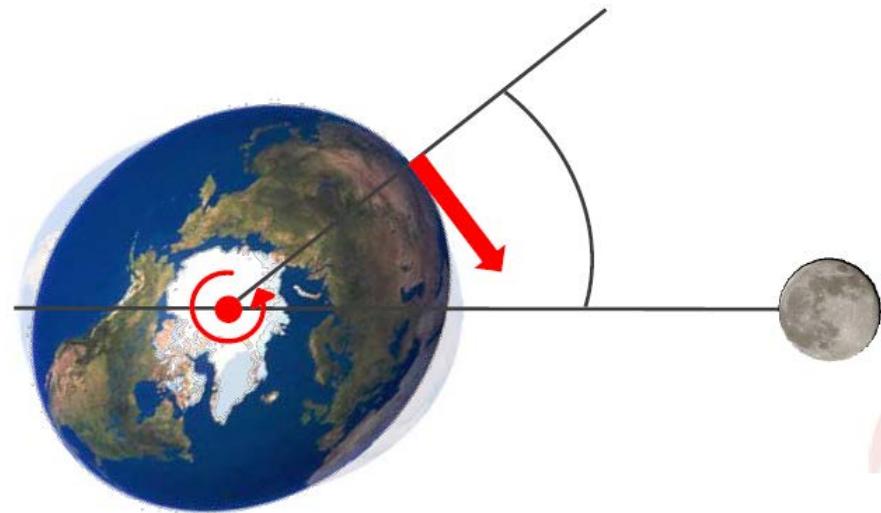
Morrison and Stephenson 2001



aus antiken Eklipsendaten

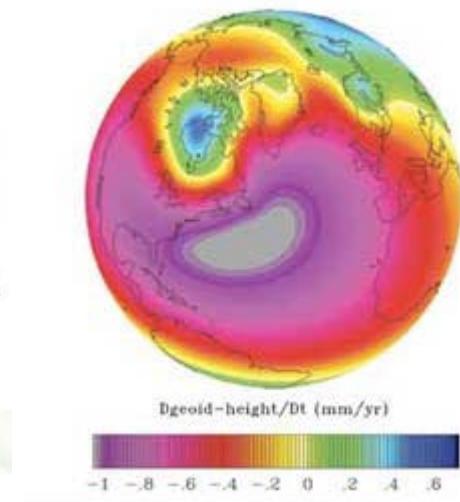
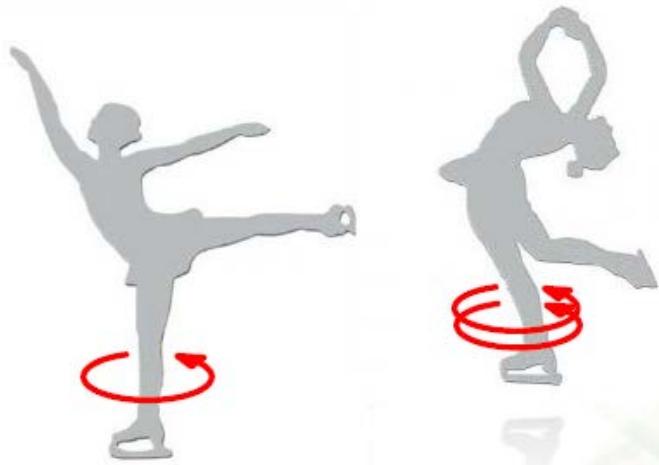
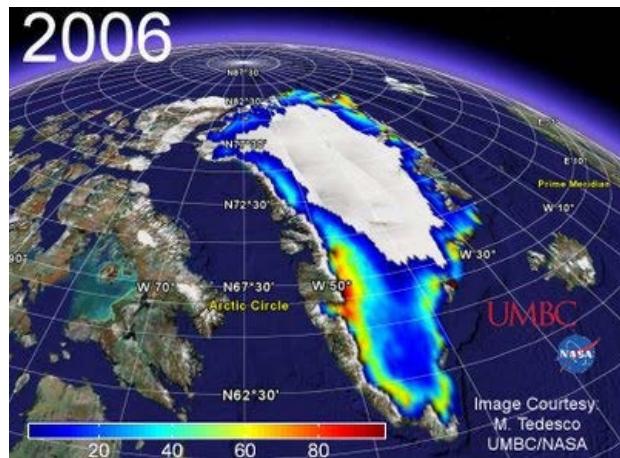
# Gezeitenreibung

- Verzögerte Ausbildung der Gezeitenberge
- werden durch die Erdrotation aus der Verbindungsline Erde-Mond herausgedreht
- Anziehung der Flutberges durch den Mond bremst Erde ab



# Änderungen im polaren Trägheitsmoment

- Erklären 25% der lin. Änderung der Tageslänge
  - durch postglaziale Landhebung
  - Massenverlagerungen der polaren Eisdecken



# Vergleich Tageslänge - atmosphärische Anregung

- Liouville Gleichungen

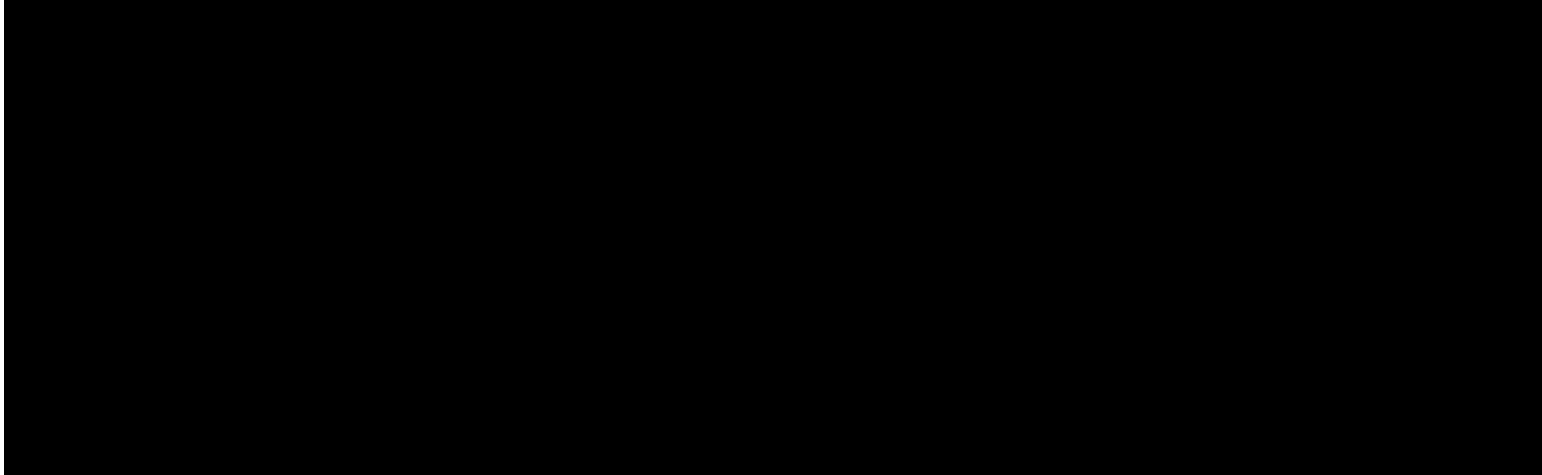
$$\mathbf{L} = \frac{d}{dt} (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h})$$

- Auswertung mit numerischen Wettermodellen

$$\Delta \hat{I} = - \int_{r_s}^{\infty} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \rho r^4 \sin \phi \cos^2 \phi e^{i\lambda} d\lambda d\phi dr$$

$$\hat{h} = - \int_{r_s}^{\infty} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \rho r^3 (u \sin \phi + iv) \cos \phi e^{i\lambda} d\lambda d\phi dr$$

# Vergleich Tageslänge - atmosphärische Anregung



Michael Schindellegger

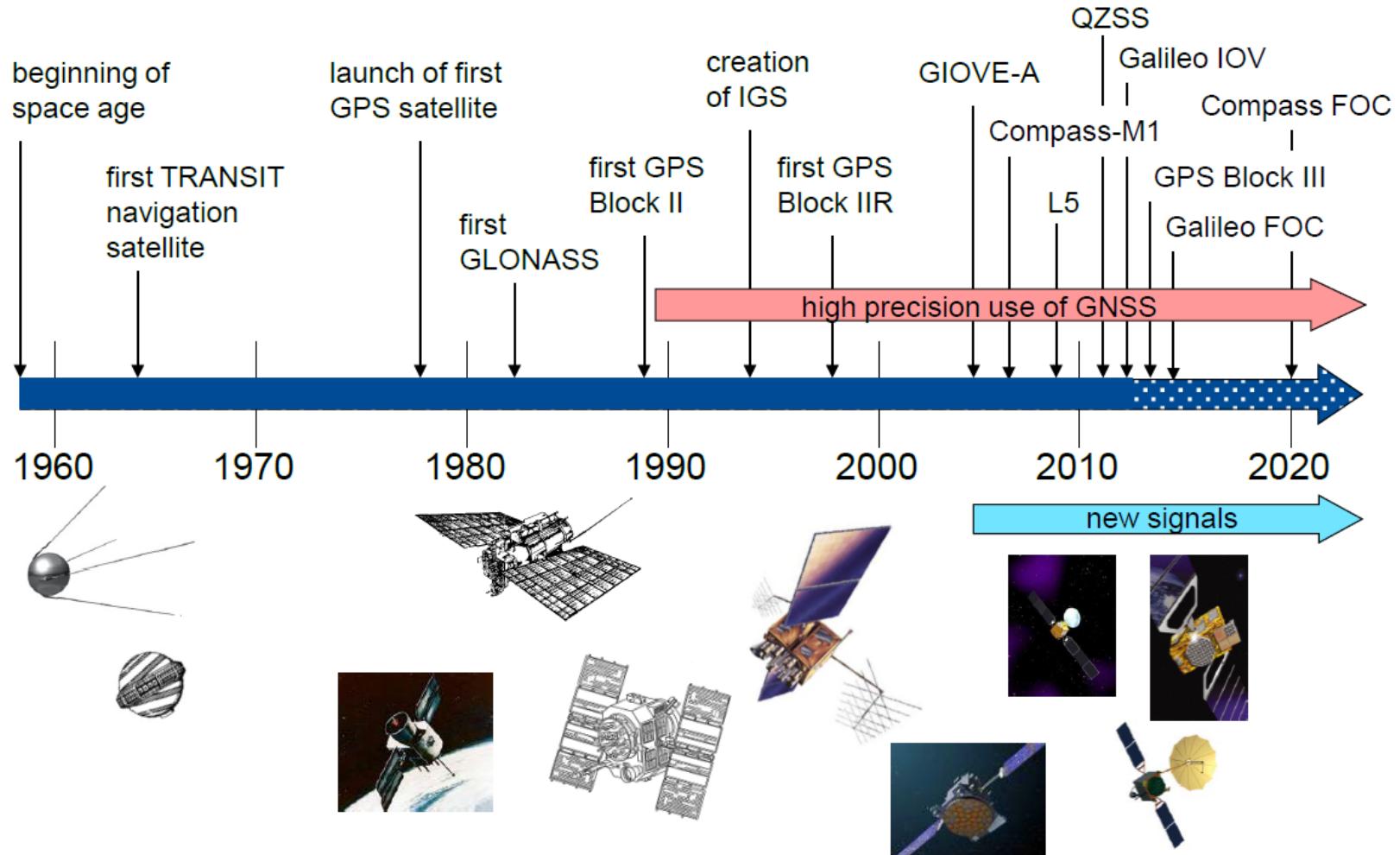
mit Beiträgen von Gregor Möller und Robert Weber

# GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEMS

# Sputnik 1957



# Geschichte der Satellitennavigation



# Neue GNSS



GPS



GLONASS



Galileo



Compass



- bald mehr als 100 Satelliten am Himmel
- plus regionale Navigationssysteme
  - QZSS, EGNOS, WAAS, GAGAN, ...

# GNSS

Merkmal	GPS	GLONASS	Galileo	BeiDou
# Satelliten	ca. 30	ca. 28	27 +3	30
# Bahnebenen	6	3	3	3
Große Halbachse	26600 km	25440 km	29900 km	27900 km
Umlaufzeit	11:58 H	11:15 H	14:05 H	12:35 H
Inklination	55 deg	64 deg	56 deg	55 deg
Satellitenmasse	1100 kg (IIR)	1400 kg	700 kg	2200 kg

# GPS Konstellation

- bestehend aus 30 aktiven Satelliten



## Block IIA/IIR

### Basic GPS

- Standard Service
  - Single frequency (L1)
  - Coarse acquisition (C/A) code navigation
- Precise Service
  - Y-Code (L1Y & L2Y)
  - Y-Code navigation

## Block IIR-M, IIF

### IIR-M: IIA/IIR capabilities plus

- 2nd civil signal (L2C)
- M-Code (L1M & L2M)

### IIF: IIR-M capability plus

- 3rd civil signal (L5)
- 2 Rb + 1 Cs Clocks
- 12 year design life

## Block III

- Backward compatibility
- 4th civil signal (L1C)
- 4x better User Range Error than IIF
- Increased availability
- Increased integrity
- 15 year design life

# GLONASS Konstellation

- <http://glonass-iac.ru/en/GLONASS/>

**GLONASS constellation status, 15.03.2014**

Total satellites in constellation	28 SC
Operational	24 SC
In commissioning phase	-
In maintenance	-
Spares	3 SC
In flight tests phase	1 SC

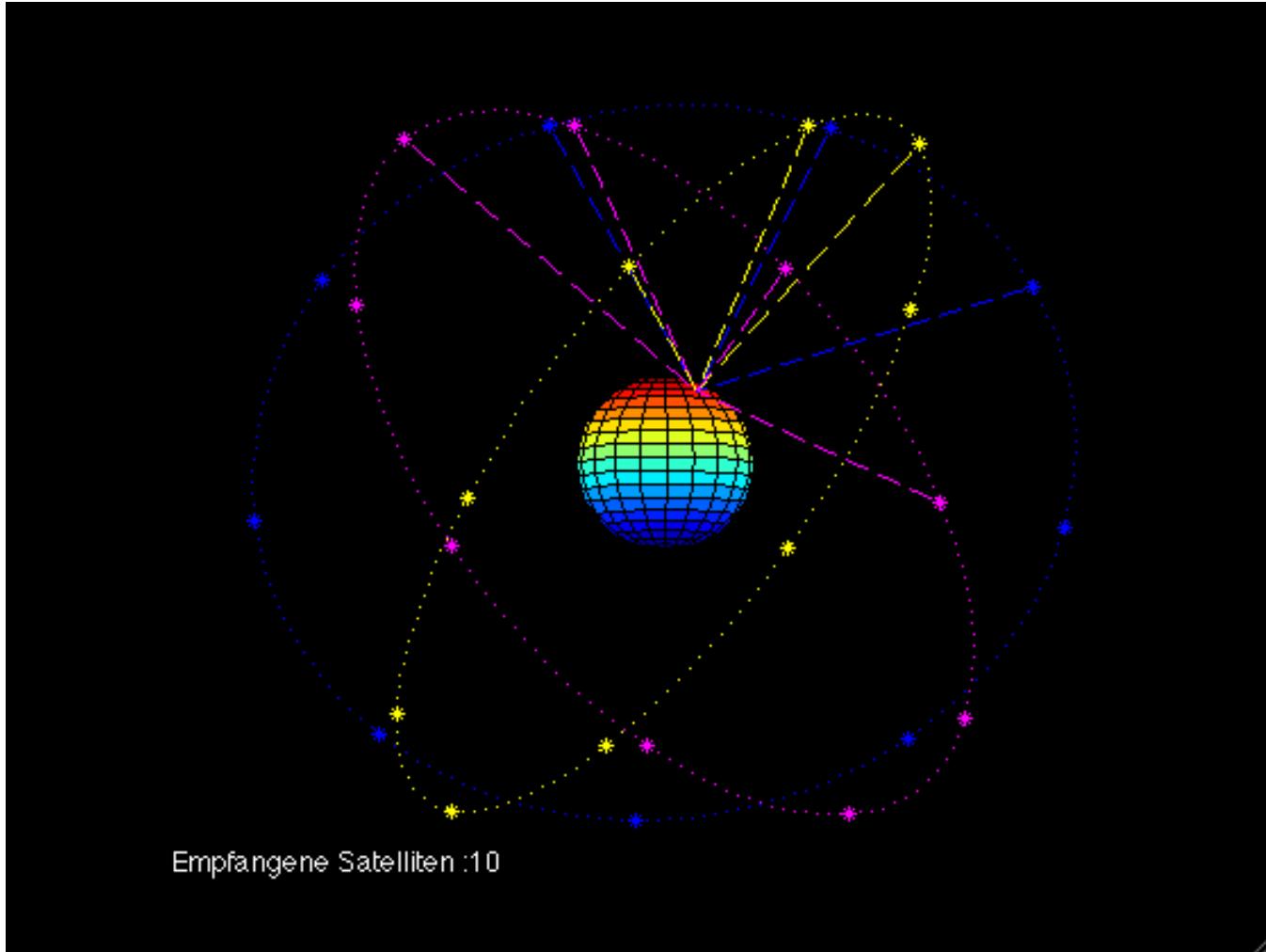


# GALILEO Konstellation

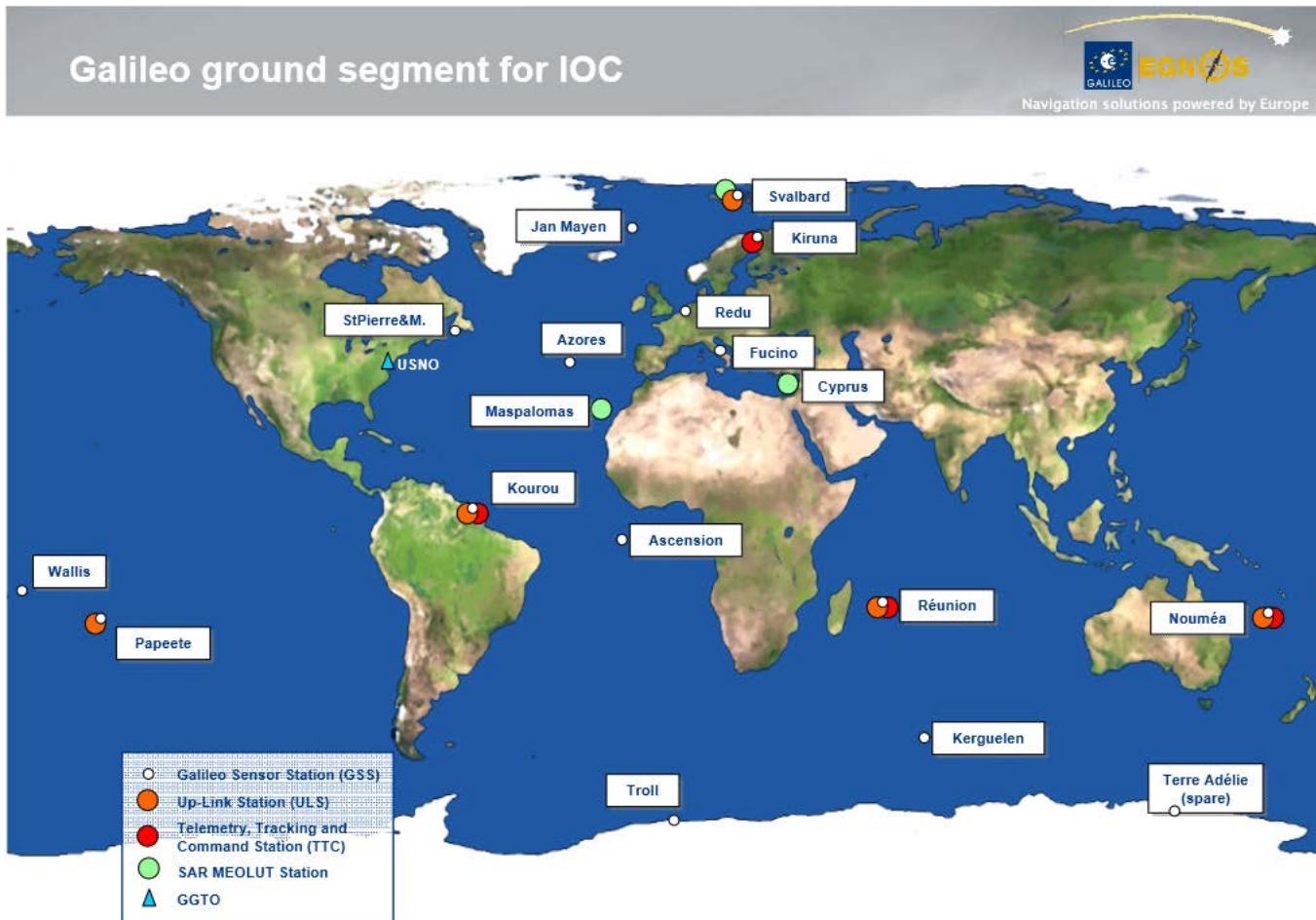
- 21. Oktober 2011: Start der ersten beiden IOV Satelliten vom europäischen Weltraumbahnhof Korou
- 12. Oktober 2012: Start der nächsten beiden IOV Satelliten
- 12. März 2013: Erste Galileo Position (**4 Satelliten**)



# GALILEO Raumsegment



# GALILEO Kontrollsegment



# GALILEO Aufbauplan

## Galileo implementation plan



Galileo is implemented  
in a step-wise approach

Full Operational Capability  
Full services, 30 satellites  
**2020**

Initial Operational Capability  
Early services for OS, SAR, PRS,  
and demonstrator for CS  
**2014**



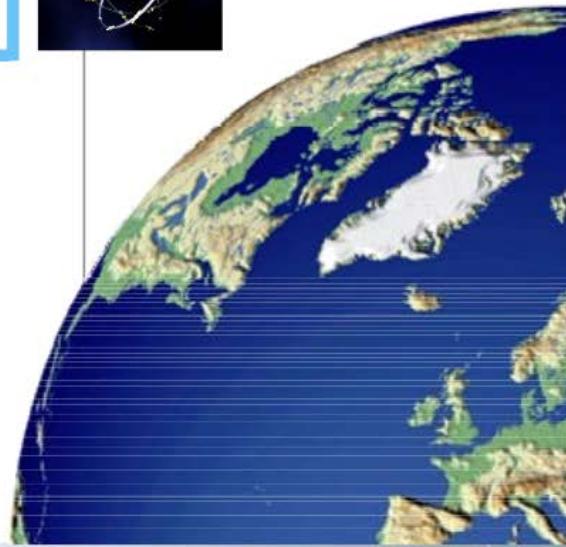
In-Orbit Validation  
4 fully operational satellites  
and ground segment  
**2013**



GIOVE A/B  
2 test satellites  
**2005/2008**



Galileo System Testbed v1  
Validation of critical algorithms  
**2003**



Hayes, 2012



# Warum GALILEO?

- Unabhängigkeit von Systemen außerhalb Europas
- Steigerung der Zuverlässigkeit
- Ziviles Satellitennavigationssystem
- Funktionsgarantien für bestimmte Dienste
- Basiert auf derselben Technologie wie GPS

# Equipment des CONGO Netzes



Septentrio GeNeRx



Javad Triumph  
Delta G2T/G3T



Leica GRX1200



LEIAx1203+GNSS

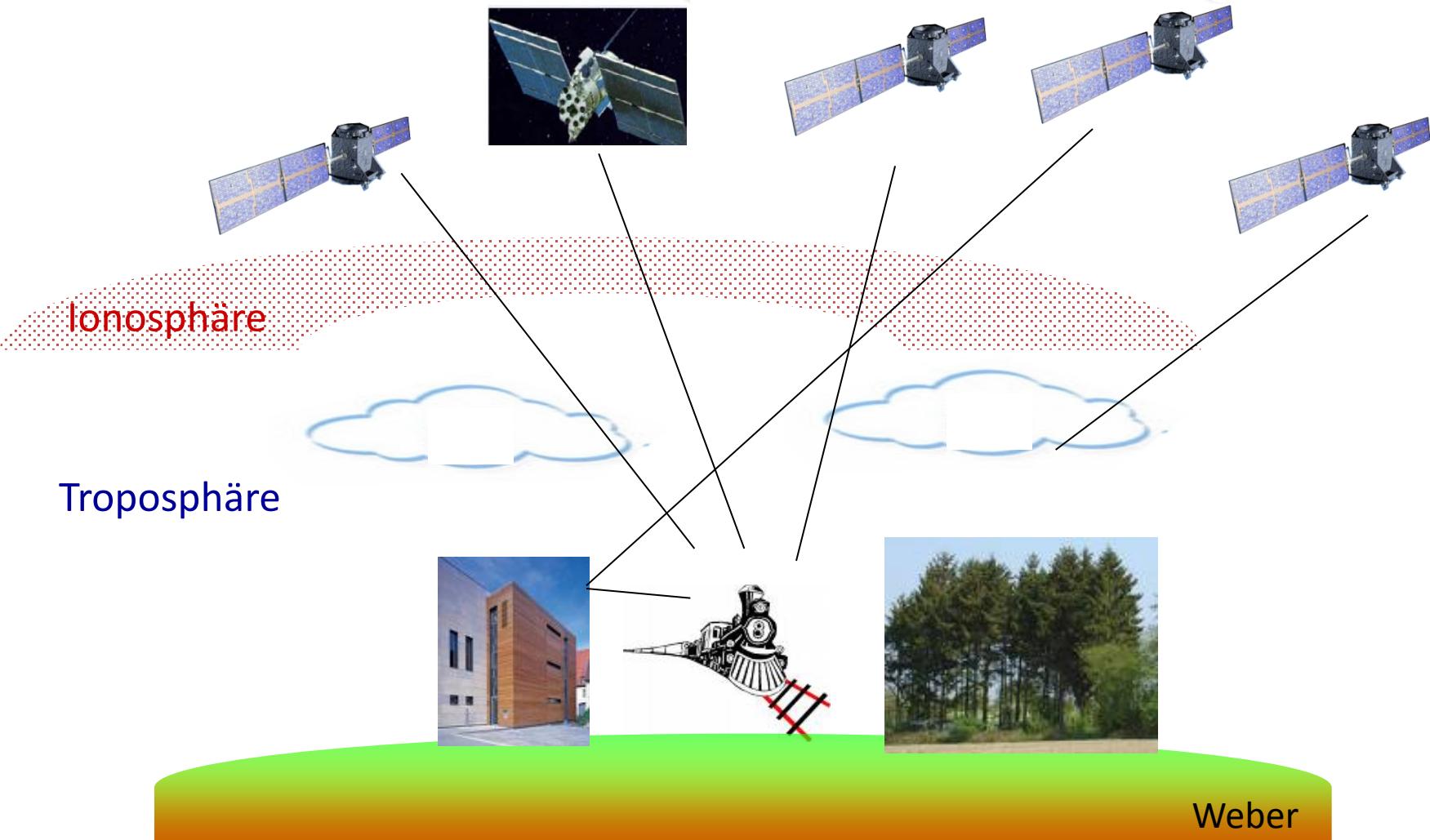


LEIAR25.R3



Trimble Zephyr

# Grundprinzip der Satellitenpositionierung



# GPS Signalstruktur

- 3 Trägerwellen L1, L2, und L5
  - $L1 = 1575.42 \text{ MHz} = 154 \cdot 10.23 \text{ MHz}$
  - $L2 = 1227.60 \text{ MHz} = 120 \cdot 10.23 \text{ MHz}$
  - $L5 = 1176.45 \text{ MHz} = 115 \cdot 10.23 \text{ MHz}$
- Trägerfrequenzen mit Binär-Codes moduliert
  - Satellitenidentifikation
  - Laufzeitmessung
  - Navigationsdaten

# GPS Signalstruktur

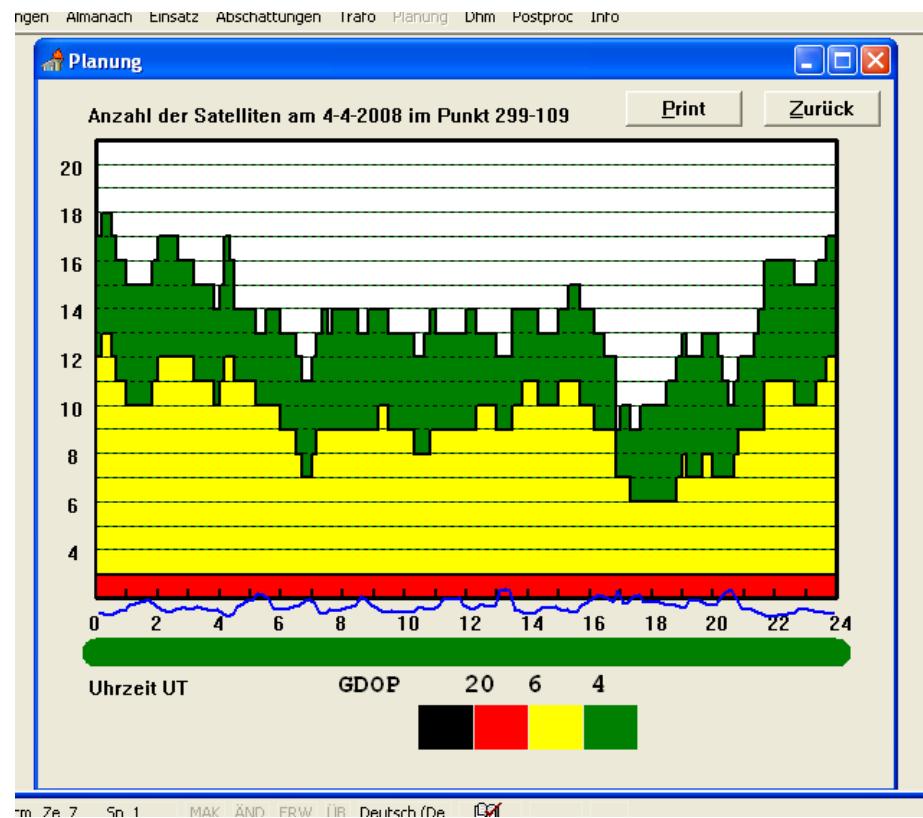
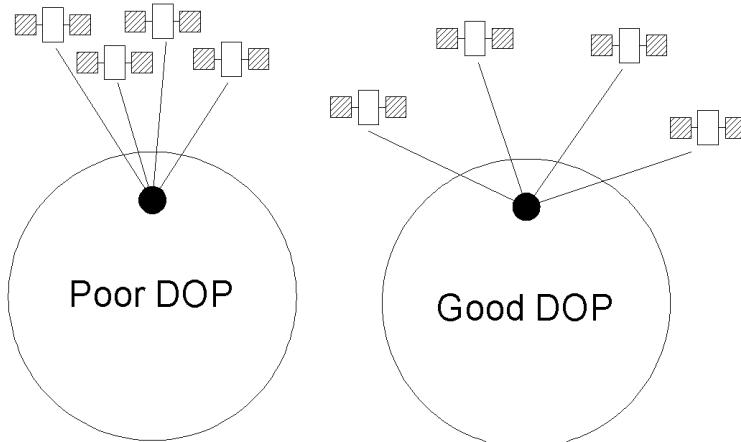
- Codemodulation auf L1
  - C/A Code (1.023 Mbps) offen
  - P1(Y) Code (10.23 Mbps) (verschlüsselt, AS)
  - ..
- Codemodulation auf L2
  - P2(Y) Code (10.23 Mbps) (verschlüsselt, AS)
  - ..
- Codemodulation auf L5
  - ..

# GLONASS Signalstruktur

- Aussendung zweier Signale L1 und L2
- Abgeleitet von Grundfrequenz  $f_0 = 5.11 \text{ MHz}$
- Jeder Satellit sendet seine eigene Frequenz
- $L1 = 1602 + 0.5625 \cdot Z \text{ MHz}$
- $L2 = 1246 + 0.4375 \cdot Z \text{ MHz}$
- Trägerfrequenzen werden mit Binärcodes moduliert

# Positionsfehler

- hängt ab von Schnittgüte und Geometrie der sichtbaren Satelliten
  - HDOP, VDOP, PDOP, ...



# Beobachtungsgleichungen für Codemessung

$$L_c = \rho + c \cdot \Delta t_u + c \cdot \Delta t_a + c \cdot \Delta t_T + c \cdot \Delta t_I + \varepsilon_R$$

$\rho$  ..... geometrische Entfernung

$\Delta t_u$  ..... Uhrsynchrosisationsfehler des Empfängers

$\Delta t_a$  ..... Fehler der Satellitenuhr gegenüber GPS Systemzeit

$\Delta t_T$  ..... troposphärische Ausbreitungsverzögerung

$\Delta t_I$  ..... ionosphärische Ausbreitungsverzögerung

$\varepsilon_R$  ..... Messrauschen

# Genauigkeitsmaße der GPS Konstellation

Fehlertyp	absolut	relativ / 150 km	relativ / 20 km
Uhr	2	0	0
Sat. Bahn	1.5	0.5	0.1
Ionosphäre	5-10	2-3	0.5
Troposphäre	0-2	0.3	0.1
Rauschen	1	1	1
Multipath	?	?	?
<b>Total</b>	<b>10 m</b>	<b>3 m</b>	<b>1 m</b>

# Beobachtungsgleichung für Phasenmessung

$$L_p = \rho + c \cdot \Delta t_u + c \cdot \Delta t_a + c \cdot \Delta t_T - c \cdot \Delta t_I - c \cdot \frac{N}{f_{CR}} + \varepsilon_R$$

$L_p$  ..... Pseudoentfernung

$c \cdot \frac{N}{f_{CR}} = N \cdot \lambda_{CR}$  ..... Mehrdeutigkeitsterm

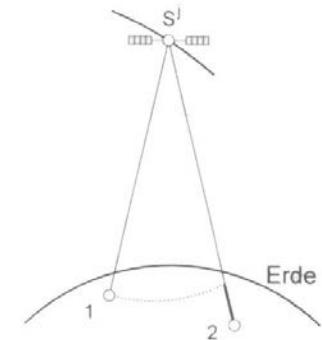
$N$  ..... Ambiguity

$f_{CR}$  ..... Frequenz des Trägers

# Basislinien / Differenzbildung

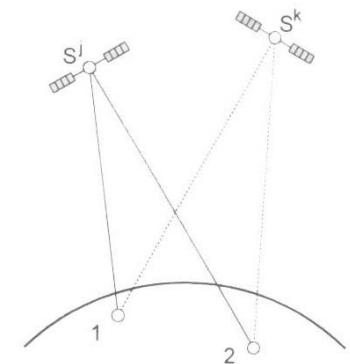
- Einfachdifferenzen

$$L_{kl}^i = \rho_{kl}^i + c \cdot \Delta t_{kl} + c \cdot \Delta t_T - c \cdot \Delta t_l + \lambda \cdot N_{kl}^i$$



- Doppeldifferenzen

$$L_{kl}^{ij} = \rho_{kl}^{ij} + c \cdot \Delta t_T - c \cdot \Delta t_l + \lambda \cdot N_{kl}^{ij}$$

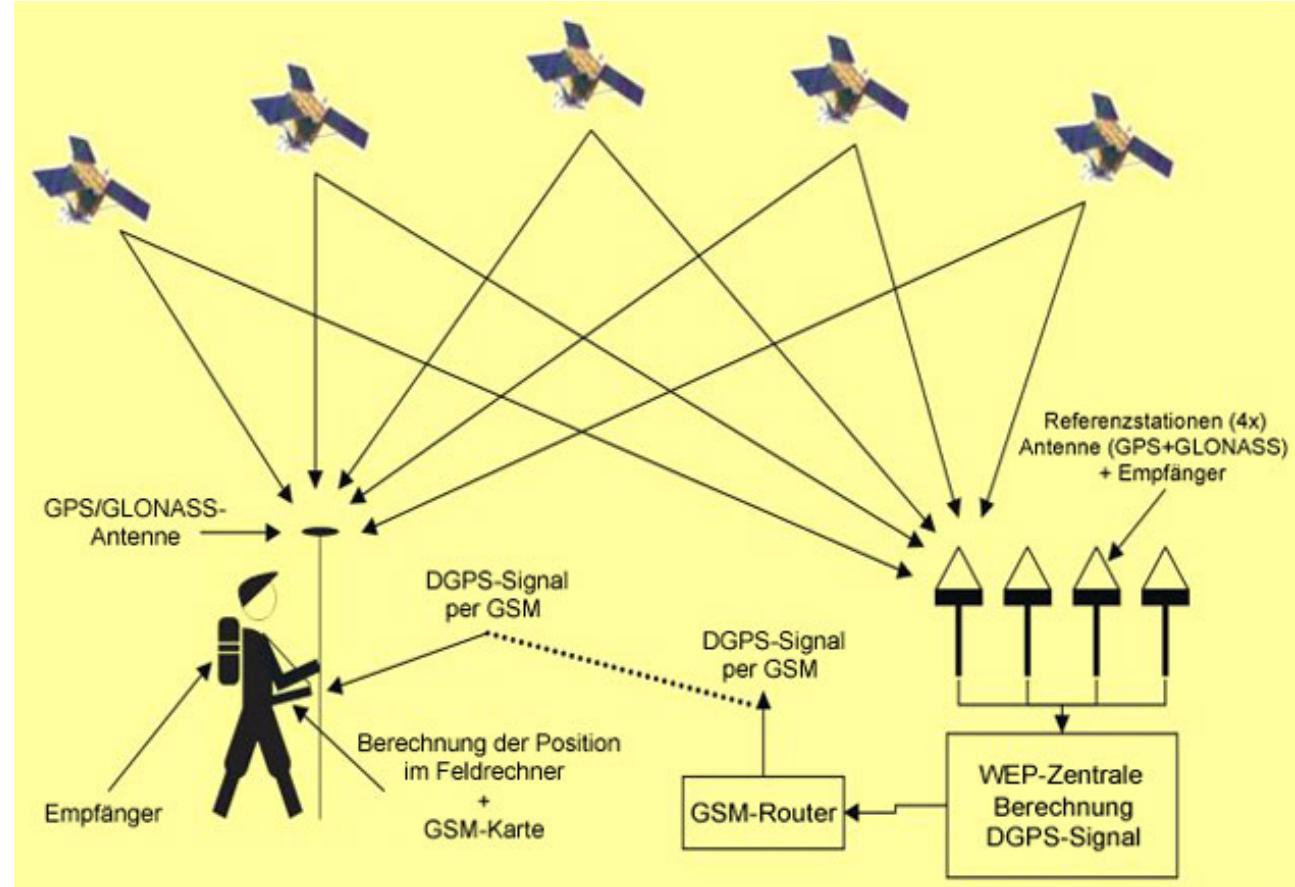


- eliminieren korrelierte Fehler



# Referenznetze

- z.B.
  - BEV
  - EVN
  - EPOSA
  - ...



# Typische Services der Referenznetzanbieter

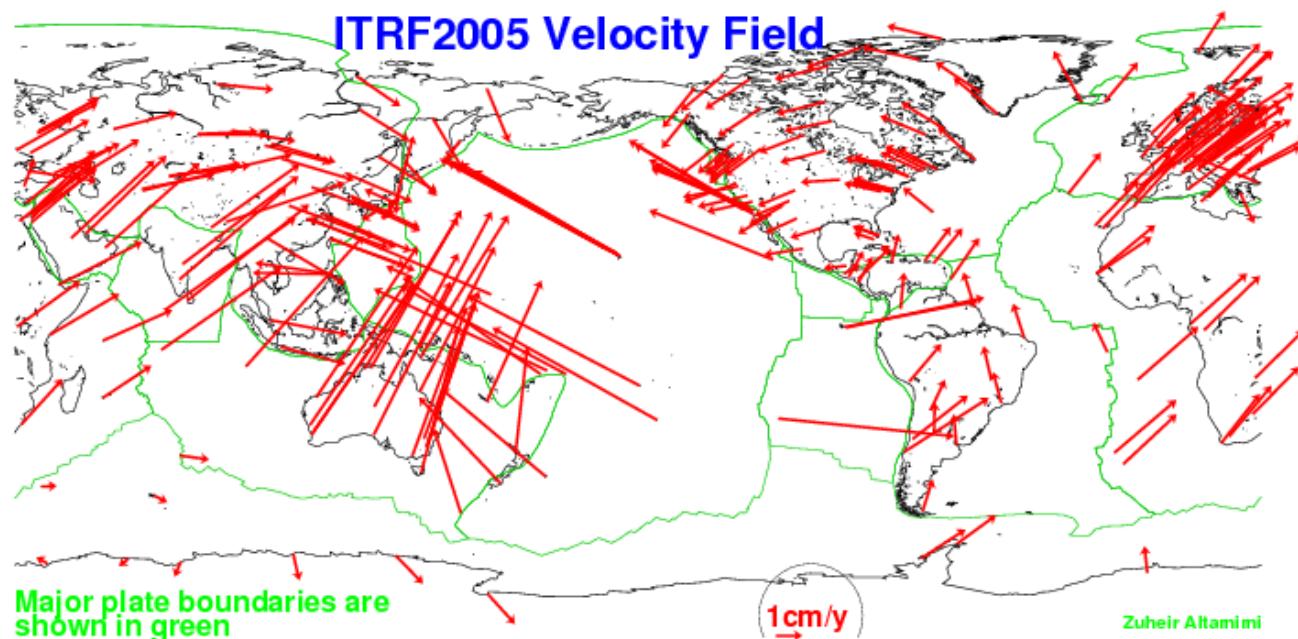
- RTK präzise Positionierung
  - 1-2 cm in Lage, 3-4 cm in Höhe
  - Initialisierung!
- DGPS Positionierung
  - 50 cm in Lage, 80 cm in Höhe
- RINEX Server für Postprocessing
  - 2-3 mm

# GNSS Positionierung

- GNSS = GPS + GLONASS (+ GALILEO + BEIDOU+ ..)
  - ab 2016 werden rund 80-100 Navigationssatelliten zur Verfügung stehen
  - erhöht die Anzahl der verfügbaren Beobachtungen
  - verbessert die Schnittgeometrie
- Echtzeitreferenzstationsnetze erlauben die cm-genaue Positionierung innerhalb von 10-60 Sekunden in einem globalen Koordinatensystem

# GNSS und der ITRF

- Sendai Erdbeben



# Beispiel: GPS Punktbestimmung (1)

- gegeben: GPS Code Messungen am 7.10.2009 um 04:12:00 an der Station Graz in m

PRN 28	21504718.695
PRN 25	24864049.672
PRN 08	20636236.930
PRN 19	24878285.393
PRN 21	25300606.932
PRN 13	25022555.715

$\tilde{x}_r$ [m]	4194423.742
$\tilde{y}_r$ [m]	1162702.781
$\tilde{z}_r$ [m]	4647245.461

- Näherungskoordinaten Graz:
- gesucht: verbesserte Koordinaten Graz

# Beispiel: GPS Punktbestimmung (2)

- Bestimmung der Satellitenposition
  - Aus broadcast Keplerelementen und Uhren
  - IGS Orbits and Clocks

PRN	$\tilde{x}^s$ [m]	$\tilde{y}^s$ [m]	$\tilde{z}^s$ [m]	$\delta t^s$ [ $\mu$ s]
28	20977688.989	13455702.833	10062269.228	-26.002035465
25	-5843213.397	22144484.359	13950039.594	622.088717271
08	11328292.680	9335349.320	22123027.007	-224.088481838
19	-10105362.865	16117823.310	18463965.074	7.464062142
21	-4707472.853	-16510516.736	20405651.330	-13.607038491
13	5790204.542	25900804,615	622406.994	305.408072348

- tägliche Aberration! (Brauche Position zum Sendezzeitpunkt)

# Beispiel: GPS Punktbestimmung (3)

- Beobachtungsgleichung

$$\hat{P}_r^s = \hat{\rho}_r^s + c\hat{\delta}t_r - c\delta t^s$$

$$= \sqrt{(x^s - \hat{x}_r)^2 + (y^s - \hat{y}_r)^2 + (z^s - \hat{z}_r)^2} + c\hat{\delta}t_r - c\delta t^s$$

- Partielle Ableitungen

$$\frac{\partial P_r^s}{\partial \tilde{x}_r} = -\frac{x^s - \tilde{x}_r}{\rho_r^s}, \quad \frac{\partial P_r^s}{\partial \tilde{y}_r} = -\frac{y^s - \tilde{y}_r}{\rho_r^s}, \quad \frac{\partial P_r^s}{\partial \tilde{z}_r} = -\frac{z^s - \tilde{z}_r}{\rho_r^s} \quad \frac{\partial P_r^s}{\partial t_r} = c$$

# Beispiel: GPS Punktbestimmung (4)

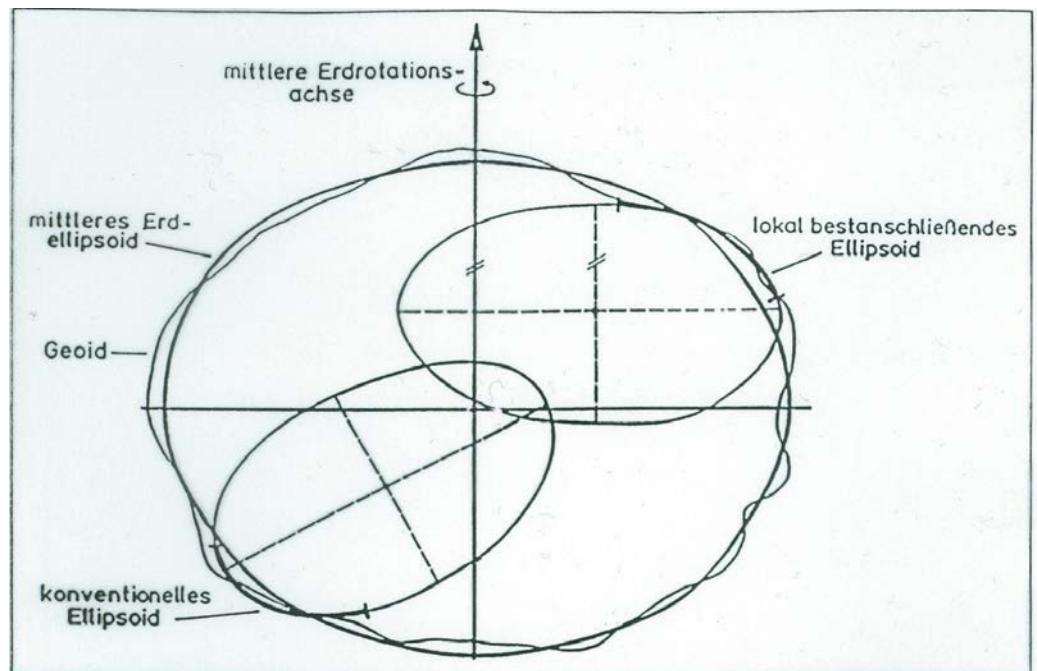
- Design Matrix

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{x^{s28}-\tilde{x}_r}{\rho_r^{s28}} & -\frac{y^{s28}-\tilde{y}_r}{\rho_r^{s28}} & -\frac{z^{s28}-\tilde{z}_r}{\rho_r^{s28}} & 1 \\ -\frac{x^{s25}-\tilde{x}_r}{\rho_r^{s25}} & -\frac{y^{s25}-\tilde{y}_r}{\rho_r^{s25}} & -\frac{z^{s25}-\tilde{z}_r}{\rho_r^{s25}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad \Delta\hat{x} = \begin{bmatrix} \Delta\hat{x}_r \\ \Delta\hat{y}_r \\ \Delta\hat{z}_r \\ \Delta\hat{\delta t}_r \end{bmatrix}$$

- Lösung:  $\Delta x = \text{inv}(A^T A) \cdot A^T \cdot l$

# GNSS Positionierung

- Transformation in Landeskoordinaten (Kataster, Grundgrenzen, etc) erfolgt automatisiert am Rover (Gauß-Krüger Koordinaten)



# Mathematik in der Geodäsie

- Ausgleichsrechnung
- Kugelfunktionen
- [Numerisch] integrieren, differenzieren
  - z.B. Orbits
- Fouriertransformation
  - Spektralanalyse
- Transformationen
- ... und vieles mehr!!!

Vielen Dank für die  
Aufmerksamkeit!