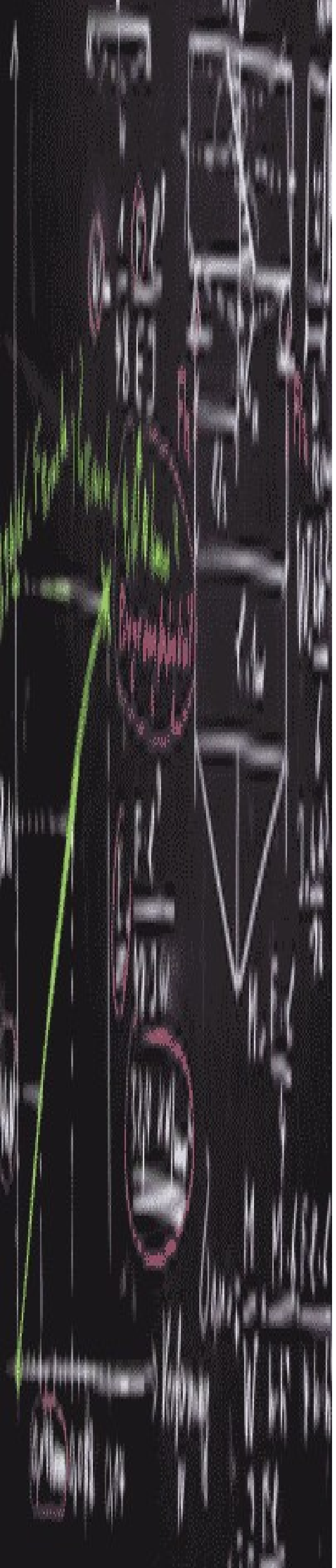


Dienstbesprechung

Grundkompetenzen, Aufgabenformate, mündliche Reifeprüfung

Dr. Anita Dorfmayr

18.02.2016, St. Pölten

SRP Mathematik

- Stoff: Grundkompetenzen
  → https://www.bifie.at/node/80

SRP Mathematik

bifie Themen-übersicht | Download von Materialien & Publikationen | Angebote für Lehrer/innen & Schulleiter/innen | Angebote für Schüler/innen & Eltern | Angebote für die Bildungs-forschung

Startseite › Themen › Standardisierte Reife- und Diplomprüfung › Prüfungsfächer schriftlich ›

- Bildungsstandards
- Standardisierte Reife- und Diplomprüfung
  - Rechtliche Grundlagen
  - Prüfungsfächer schriftlich
    - Unterrichtssprache
    - Lebende Fremdsprachen
    - Griechisch und Latein
    - > Mathematik
    - Angewandte Mathematik
  - Übungsmaterial für den Unterricht
  - Fachdidaktische Materialien für Lehrer/innen
  - Kompensations-prüfungen
  - Organisatorische

Mathematik

Wesentliches Ziel der standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung in Mathematik ist die Sicherung mathematischer Grundkompetenzen an Österreichs AHS. Der vor diesem Hintergrund entwickelte Katalog zu den Grundkompetenzen ist Ausgangs- und Bezugspunkt eines auf Nachhaltigkeit ausgerichteten Unterrichts und einer zeitgemäßen, lernfördernden Leistungsbeurteilung im Fach Mathematik.

Inhaltliche Basis der Prüfungsaufgaben in Mathematik ist der im Auftrag des BIFIE von Fachexpertinnen und -experten erarbeitete Grundkompetenzenkatalog (abrufbar über den nebenstehenden Downloadbereich, siehe *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen*).

Mathematische Grundkompetenzen beschreiben einen Kernbereich, der aufgrund

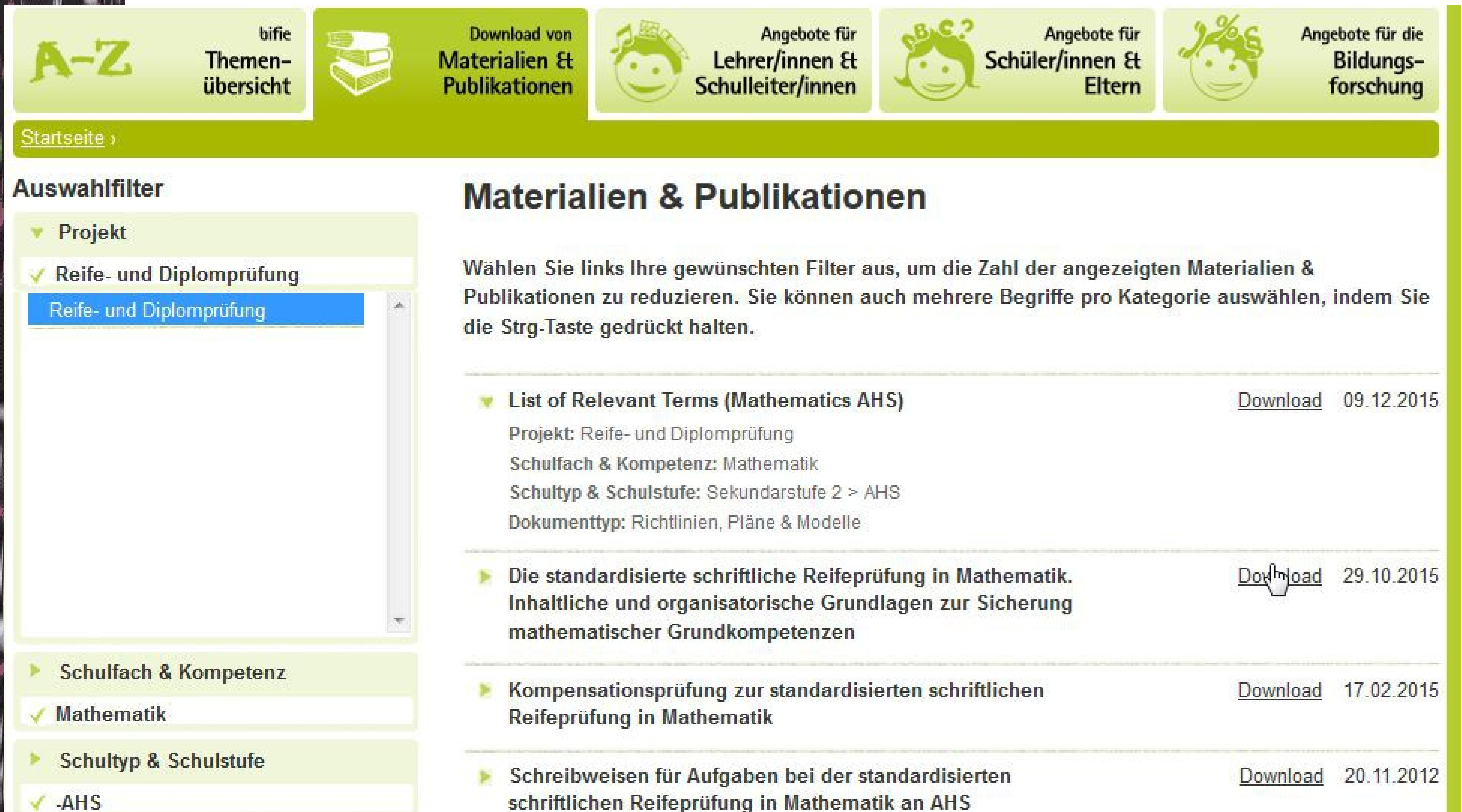
Informationen

- → Aufgabenpool Mathematik
- → Informationen zur Kompensationsprüfung
- → Übungsplattform für Schüler/innen (www.mathematura.at)
- → Übungsmaterialien zur SRDP Mathematik (AHS) für Blinde und Sehbehinderte

Downloadsammlungen

- ↓ Konzepte und Leitfäden
- ↓ Probeklausuren, Kompetenzchecks und Modellschularbeiten
- ↓ Freigegebene Prüfungsaufgaben
- ↓ Übungsaufgaben und exemplarische Aufgabenbeispiele
- ↓ Handbücher

SRP Mathematik



SRP Mathematik

Grundbegriffe der Algebra

AG 1.1 Wissen über die Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ verständig einsetzen können

AG 1.2 Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen können: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme, Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit

Anmerkung: Bei den Zahlenmengen soll man die Mengenbezeichnungen und die Teilmengenbeziehungen kennen, Elemente angeben sowie zuordnen können und die reellen Zahlen als Grundlage kontinuierlicher Modelle kennen. Zum Wissen über die reellen Zahlen gehört auch, dass es Zahlenbereiche gibt, die über $\mathbb{R}$ hinausgehen.

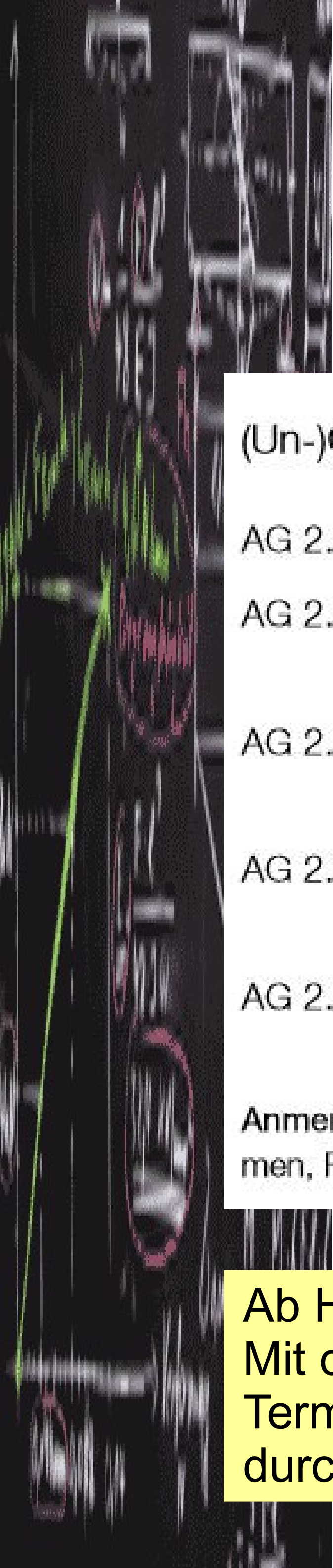
Die algebraischen Begriffe soll man anhand von einfachen Beispielen beschreiben/erklären und verständig verwenden können.

SRP Mathematik

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme

AG 2.1	Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können
AG 2.2	Lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten können
AG 2.3	Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können
AG 2.4	Lineare Ungleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, Lösungen (auch geometrisch) deuten können
AG 2.5	Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

Anmerkung: Einfache Terme können auch Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, Sinus etc. beinhalten. Umformungen von Termen, Formeln oder Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen beschränken sich auf Fälle geringer Komplexität.



SRP Mathematik

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme

AG 2.1	Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können
AG 2.2	Lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten können
AG 2.3	Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können
AG 2.4	Lineare Ungleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, Lösungen (auch geometrisch) deuten können
AG 2.5	Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

Anmerkung: Einfache Terme können auch Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, Sinus etc. beinhalten. Umformungen von Termen, Formeln oder Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen beschränken sich auf Fälle geringer Komplexität.

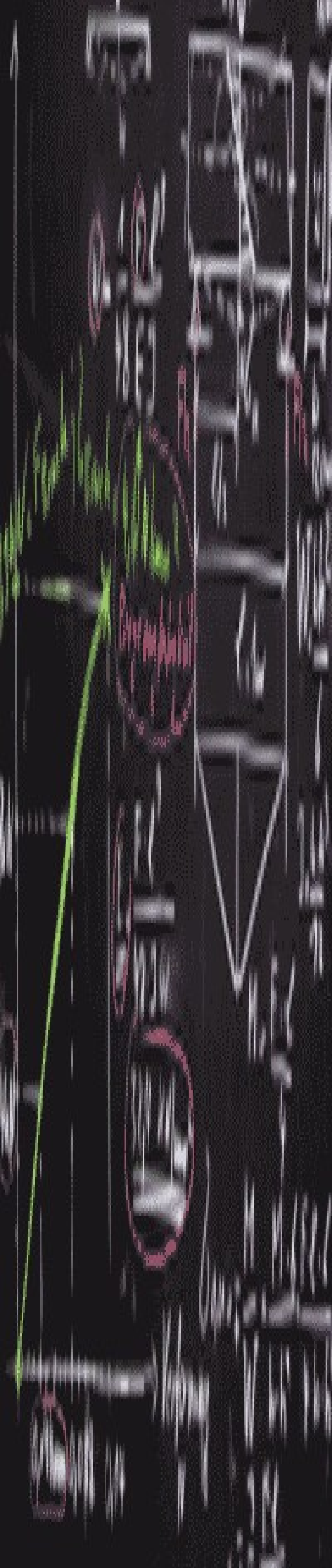
Ab Haupttermin 2018:
Mit dem Einsatz elektronischer Hilfsmittel können auch komplexere Umformungen von Termen, Formeln und Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen durchgeführt werden.

SRP Mathematik

- Stoff: Grundkompetenzen
  → https://www.bifie.at/node/80
- Teil 1 – Teil 2:
  - Getrennt zu bearbeiten (120 min : 150 min)
  - Teil 1 entscheidet über
    bestanden / nicht bestanden
  - Teil 2 entscheidet über bessere Note

Teil 1

- Arbeitszeit 120 min
- Verwendung vertrauter Hilfsmittel
- 18-25 Typ I Aufgaben – bisher stets 24
- Bewertung: 0 / 1 (nicht gelöst / gelöst)
- Beurteilung der Matura
  - weniger als überwiegender Teil der Typ I Aufgaben (bisher stets < 16) gelöst
    => Nicht genügend
  - 100% von Teil 1 gelöst => Befriedigend
- 8 Aufgabenformate



Teil 1: Aufgabenformate

Offene Aufgabe

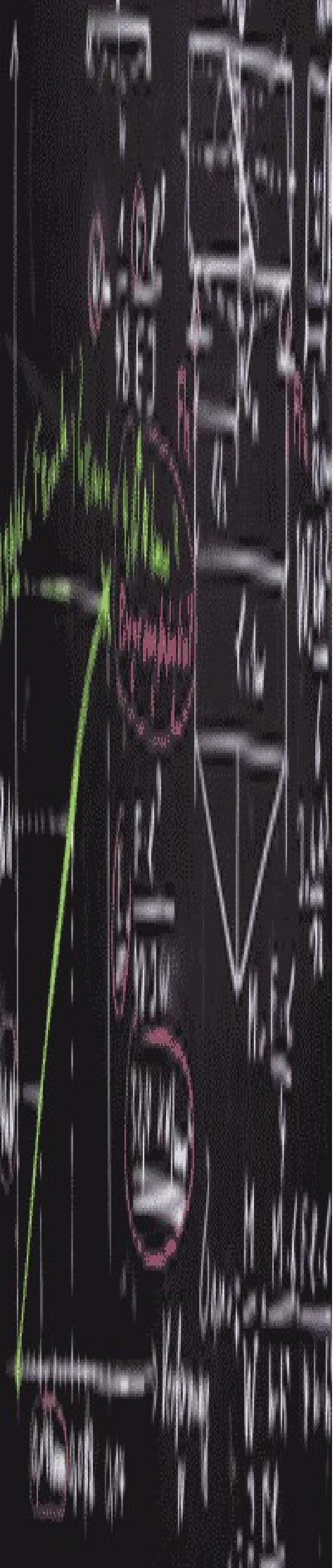
Beispiel:

Gegeben ist die Gleichung einer Geraden g: $3x + 5y = 15$.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Steigung der dieser Geraden entsprechenden linearen Funktion!

Quelle: www.bifie.at



Teil 1: Aufgabenformate

Halboffene Aufgabe

Beispiel:

Für das arithmetische Mittel einer Datenreihe $x_1, x_2, \ldots, x_{24}$ gilt: $\bar{x} = 115$.

Die Standardabweichung der Datenreihe ist $s_x = 12$. Die Werte einer 2. Datenreihe $y_1, y_2, \ldots, y_{24}$ entstehen, indem man zu den Werten der 1. Datenreihe jeweils 8 addiert, also $y_1 = x_1 + 8$, $y_2 = x_2 + 8$ usw.

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Mittelwert und die Standardabweichung s_y der 2. Datenreihe an!

$\bar{y} =$ ______________________________

$s_y =$ ______________________________

Quelle: www.bifie.at

Teil 1: Aufgabenformate

Multiple Choice: 2 aus 5

Beispiel:

Gegeben ist die Zahl $\sqrt{5}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt nicht in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Z}$, aber nicht in $\mathbb{N}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ ist irrational.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ kann man nicht als periodische Dezimalzahl darstellen.	☐

Quelle: www.bifie.at

Teil 1: Aufgabenformate

Multiple Choice: 1 aus 6

Beispiel:

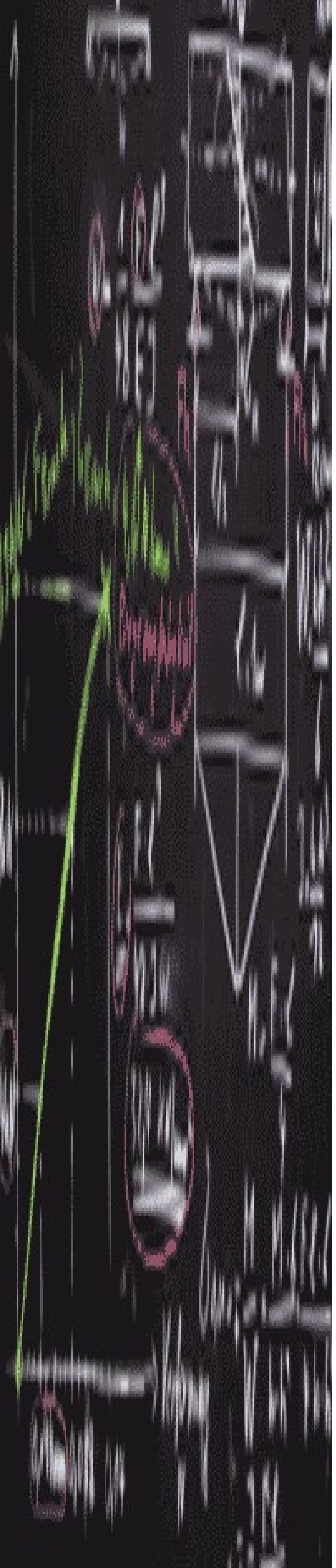
Gegeben ist die Zahl $\sqrt{5}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an!

Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt nicht in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Z}$, aber nicht in $\mathbb{N}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ ist rational.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ kann man nicht als periodische Dezimalzahl darstellen.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ kann als Bruch dargestellt werden.	☐

Quelle: www.bifie.at



Teil 1: Aufgabenformate

Multiple Choice: x aus 5

Beispiel:

Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Funktionsgraphen $f(x) = 4 - 2x$ und $g(x) = \sqrt{4x}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f(4) = g(2)$	☐
$S = (2\|4)$	☐
$f(2) = g(2)$	☐
$S = (1\|2)$	☐
$f(4) = g(4)$	☐

Quelle: www.bifie.at

Teil 1: Aufgabenformate

Lückentext

alte Formulierung

Beispiel:

Gegeben ist die Zahl $\sqrt{5}$.

Aufgabenstellung:

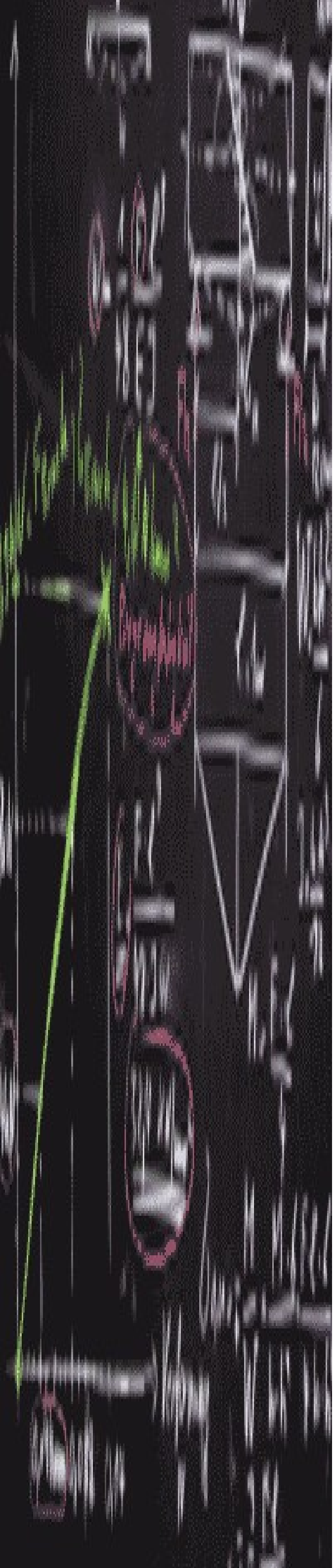
Vervollständigen Sie den folgenden Satz, sodass er mathematisch korrekt ist!

Die Zahl $\sqrt{5}$ ist eine ___________ (1) ___________, weil die ___________ (2) ___________ .

(1)	
rationale Zahl	☐
irrationale Zahl	☐
natürliche Zahl	☐

(2)	
Darstellung der Zahl ein Wurzelzeichen hat	☐
Zahl nicht als Bruch dargestellt werden kann	☐
Zahl als periodische Dezimalzahl dargestellt werden kann	☐

Quelle: www.bifie.at



Teil 1: Aufgabenformate

Lückentext

aktuelle Formulierung

Beispiel:

Gegeben ist die Zahl $\sqrt{5}$.

Aufgabenstellung:

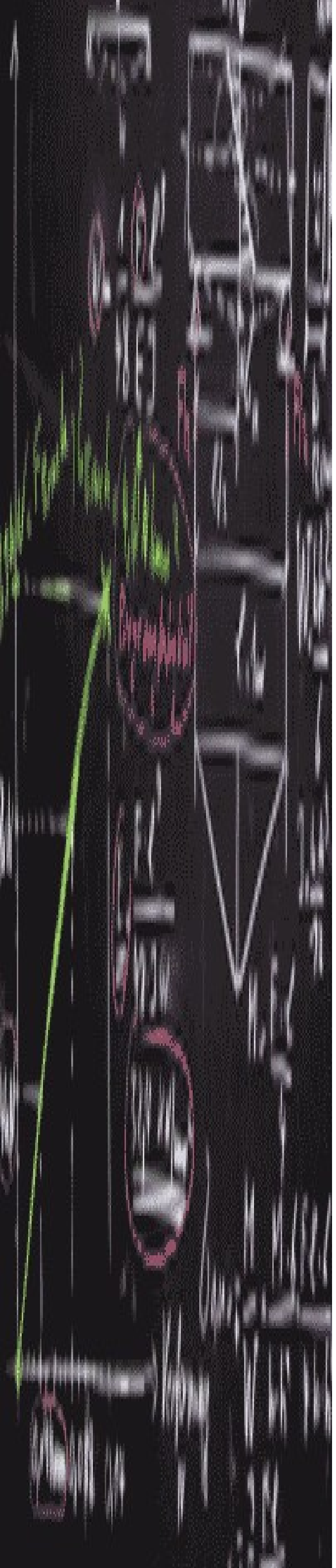
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Zahl $\sqrt{5}$ ist eine ___________ (1) ___________, weil die ___________ (2) ___________ .

(1)	
rationale Zahl	☐
irrationale Zahl	☐
natürliche Zahl	☐

(2)	
Darstellung der Zahl ein Wurzelzeichen hat	☐
Zahl nicht als Bruch dargestellt werden kann	☐
Zahl als periodische Dezimalzahl dargestellt werden kann	☐

Quelle: www.bifie.at (überarbeitet)



Teil 1: Aufgabenformate

Zuordnungsaufgabe alte Formulierung

Beispiel:

Mit Exponentialfunktionen können Abnahme- und Zunahmeprozesse beschrieben werden.

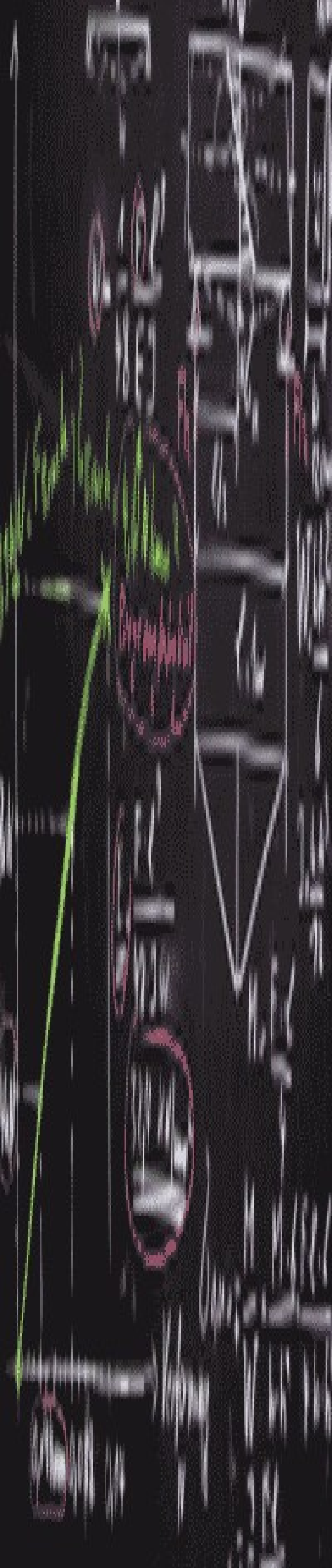
Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den angegebenen Funktionsgleichungen die jeweils beschriebenen Vorgänge zu!

Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle verdoppelt sich täglich.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle verringert sich täglich um 15 %.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle nimmt täglich um 85 % zu.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle nimmt täglich um 50 % ab.	

A	$G(t) = 1 \cdot 0{,}5^t$ (t in Tagen)
B	$G(t) = 1 \cdot 1{,}85^t$ (t in Tagen)
C	$G(t) = 1 \cdot 0{,}85^t$ (t in Tagen)
D	$G(t) = 1 \cdot 2^t$ (t in Tagen)
E	$G(t) = 1 \cdot 1{,}5^t$ (t in Tagen)

Quelle: www.bifie.at



Teil 1: Aufgabenformate

Zuordnungsaufgabe aktuelle Formulierung

Beispiel:

Mit Exponentialfunktionen können Abnahme- und Zunahmeprozesse beschrieben werden.

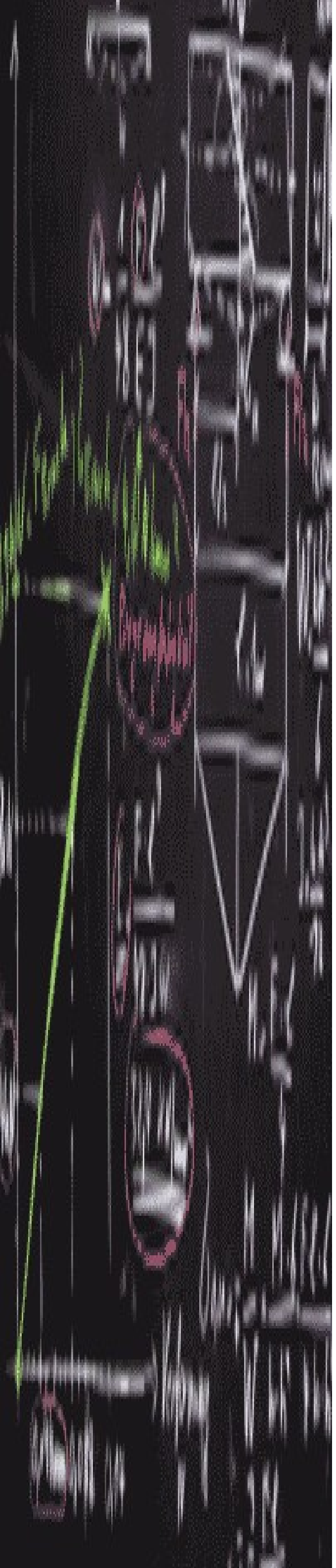
Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jedem beschriebenen Vorgang die entsprechende Funktionsgleichung (aus A bis F) zu!

Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle verdoppelt sich täglich.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle verringert sich täglich um 15 %.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle nimmt täglich um 85 % zu.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle nimmt täglich um 50 % ab.	

A	$G(t) = 1 \cdot 0{,}5^t$ (t in Tagen)
B	$G(t) = 1 \cdot 1{,}85^t$ (t in Tagen)
C	$G(t) = 1 \cdot 0{,}85^t$ (t in Tagen)
D	$G(t) = 1 \cdot 2^t$ (t in Tagen)
E	$G(t) = 1 \cdot 1{,}5^t$ (t in Tagen)

Quelle: www.bifie.at (überarbeitet)



Teil 1: Aufgabenformate

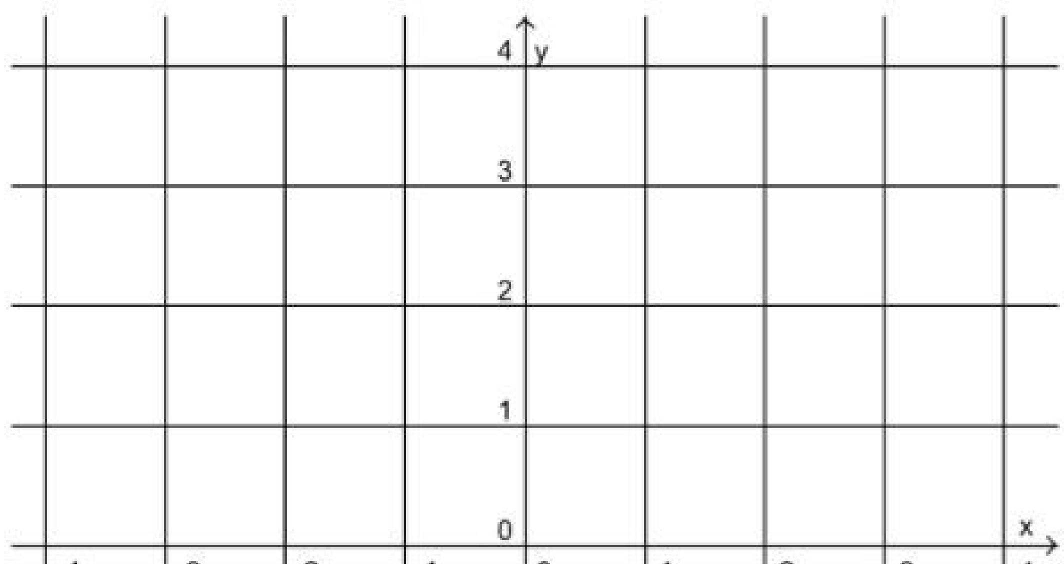
Konstruktionsformat

Beispiel:

Der Verlauf einer linearen Funktion f mit der Gleichung $f(x) = k \cdot x + d$ wird durch ihre Parameter k und d mit $k, d \in \mathbb{R}$ bestimmt.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie einen möglichen Graphen einer linearen Funktion f mit der Gleichung $f(x) = k \cdot x + d$ mit den gegebenen Parametern $k = \frac{2}{3}$ und $d < 0$ in das folgende Koordinatensystem ein!



Quelle: www.bifie.at

Teil 2

- Arbeitszeit 150 min
- Verwendung vertrauter Hilfsmittel
- Technologie verpflichtend ab 2018
- 4-6 Typ II Aufgaben – jeweils:
  - 2-6 Teilaufgaben (a,b,...)
  - Bewertung: 0 / 1 / 2 pro Teilaufgabe
- Ausgleichspunkte (zählen als Typ I)
- Ermöglicht bessere Note als Befriedigend
- Kontextkatalog

Teil 2: Beispiel

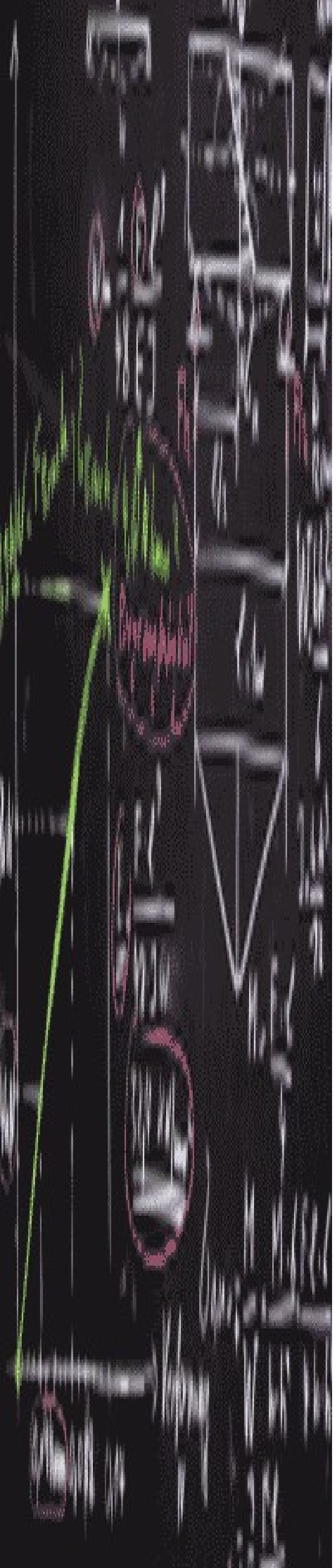
Aufgabe 2

Design-Center Linz

Das Design-Center ist eines der modernen Wahrzeichen der Stadt Linz. Erbaut wurde es von Juli 1991 bis Ende Oktober 1993. Im Jänner 1994 wurde es als Veranstaltungs- und Messezentrum in Betrieb genommen.
Die Träger der Konstruktion lassen sich in guter Näherung durch Parabelbögen beschreiben. Die Spannweite der Bögen beträgt ungefähr 72 m, die maximale Höhe der Bögen liegt bei ca. 13 m. Die Grundfläche des Design-Centers ist ein Rechteck mit 200 m Länge und 72 m Breite.

Bildquelle: http://www.linz.at/images/dc_druck.jpg [09.09.2015]

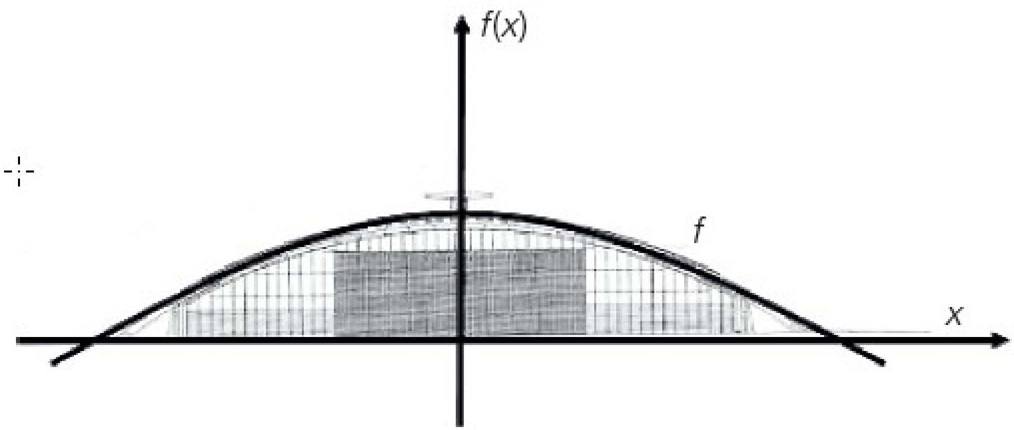
Quelle: Kompetenzcheck 8. Klasse, Jänner 2016



Teil 2: Beispiel

Aufgabenstellung:

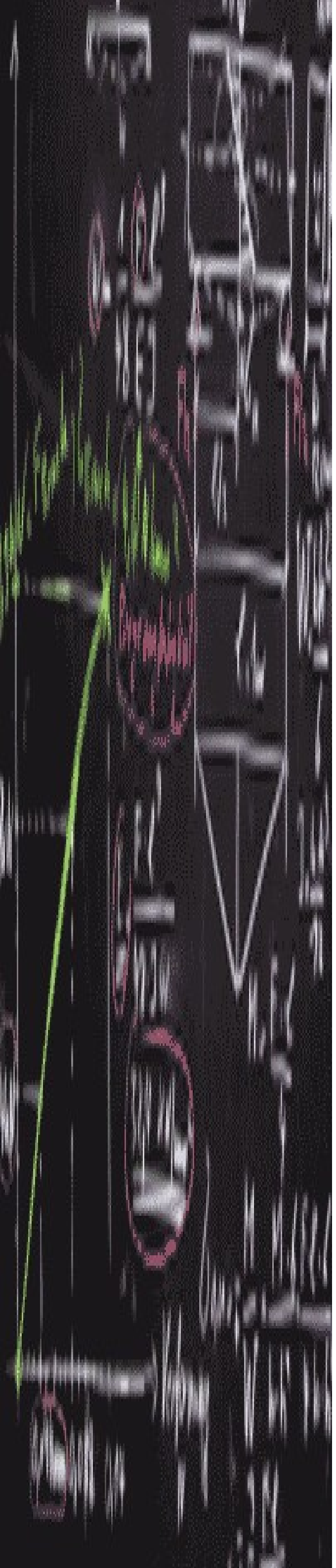
a) Zur Modellierung der parabelförmigen Träger wurde, wie in der folgenden Grafik dargestellt, ein Koordinatensystem durch die Frontansicht des Design-Centers gelegt:



$\boxed{\text{A}}$ Geben Sie eine Gleichung der Polynomfunktion zweiten Grades f an, welche diese Parabel beschreibt!

Geben Sie an, was durch $200 \cdot 2 \cdot \int_0^{36} f(x)\,dx$ in Bezug auf das Design-Center berechnet wird

Quelle: Kompetenzcheck 8. Klasse, Jänner 2016



Teil 2: Beispiel – Lösung

a) Lösungserwartung:

$$f(x) = -\frac{13}{1296} \cdot x^2 + 13$$

oder:

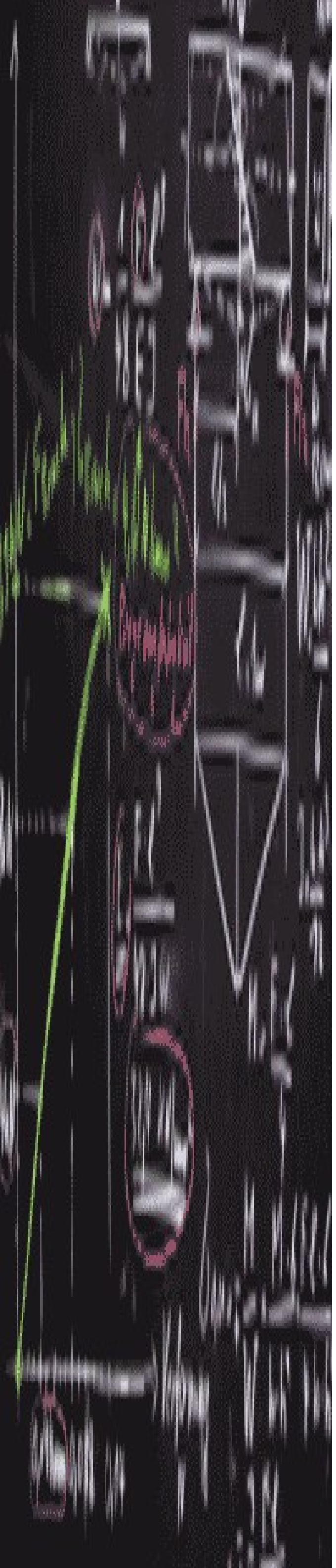
$$f(x) \approx -0{,}01 \cdot x^2 + 13$$

Durch den angegebenen Term wird das (umbaute) Volumen des Design-Centers berechnet.

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für das Aufstellen einer korrekten Funktionsgleichung. Äquivalente Funktionsgleichungen sind ebenfalls als richtig zu werten.
  Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung.

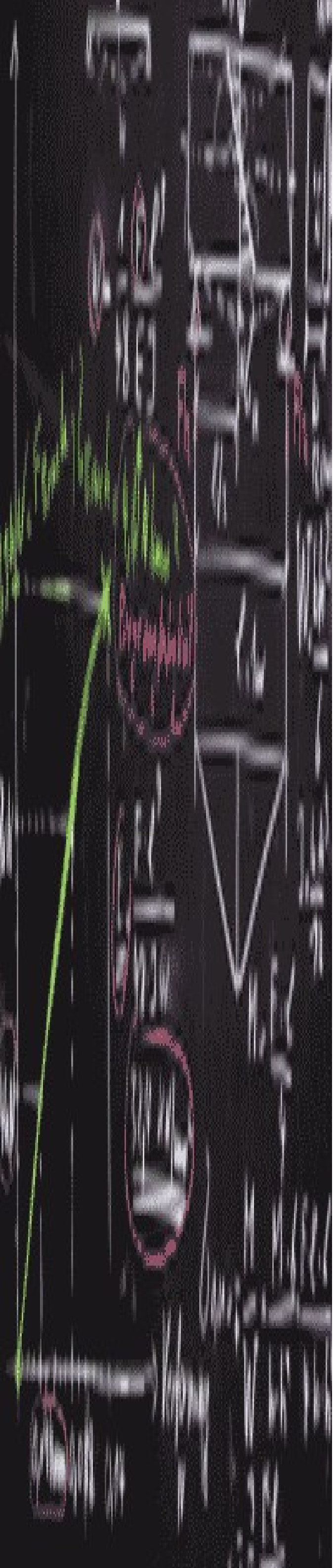
Quelle: Kompetenzcheck 8. Klasse, Jänner 2016



Teil 2: Beispiel

b) Die Baukosten für das Design-Center betrugen zur Zeit der Baufertigstellung (1993) umgerechnet ca. € 66 Mio.
Der Baukostenindex ist ein Maß für die Entwicklung derjenigen Kosten, die Bauunternehmern bei der Ausführung von Bauleistungen durch Veränderungen der Kostengrundlagen (Material und Arbeit) entstehen. Er gibt z. B. an, wie stark die Kosten für Hochbauten pro Jahr steigen.
Berechnen Sie unter der Annahme, dass der Baukostenindex für Österreich 3,5 % pro Jahr beträgt, die Höhe der Baukosten für das Design-Center, wenn es erst 10 Jahre später gebaut worden wäre!

Quelle: Kompetenzcheck 8. Kla



Teil 2: Beispiel

Die nachstehende Tabelle gibt Auskunft über die Entwicklung des Baukostenindex der Gesamtbaukosten für den Wohnhaus- und Siedlungsbau im Zeitraum von fünf aufeinanderfolgenden Jahren.

Jahr	Baukostenindex
2010	+3,2 %
2011	+2,3 %
2012	+2,1 %
2013	+1,9 %
2014	+1,1 %

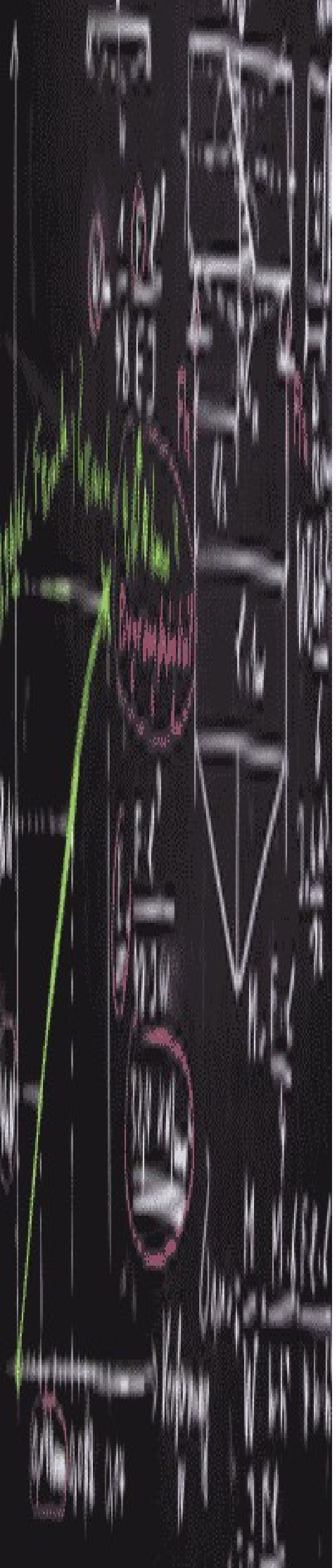
Quelle: http://www.statistik.at/web_de/statistiken/wirtschaft/preise/baukostenindex/index.html [30.10.2015]

Jemand interessiert sich für den durchschnittlichen Baukostenindex in diesen fünf Jahren. Zur Abschätzung führt er die folgende Rechnung aus:

$$\frac{3{,}2 + 2{,}3 + 2{,}1 + 1{,}9 + 1{,}1}{5} = 2{,}12$$

Die Vorgehensweise ist für die Berechnung des durchschnittlichen Baukostenindex allerdings nicht ganz korrekt. Geben Sie an, wie diese Berechnung korrekt zu erfolgen hätte!

Quelle: Kompetenzcheck 8. Klasse, Jänner 2016



Teil 2: Beispiel – Lösung

b) Lösungserwartung:

2003 würden die Baukosten für das Design-Center ca. € 93,1 Mio. betragen.

Korrekte Vorgehensweise:

$K \cdot 1{,}032 \cdot 1{,}023 \cdot 1{,}021 \cdot 1{,}019 \cdot 1{,}011 = K \cdot a^5 \;\Rightarrow$

$a = \sqrt[5]{1{,}032 \cdot 1{,}023 \cdot 1{,}021 \cdot 1{,}019 \cdot 1{,}011} \Rightarrow\; a \approx 1{,}02118$

Lösungsschlüssel:

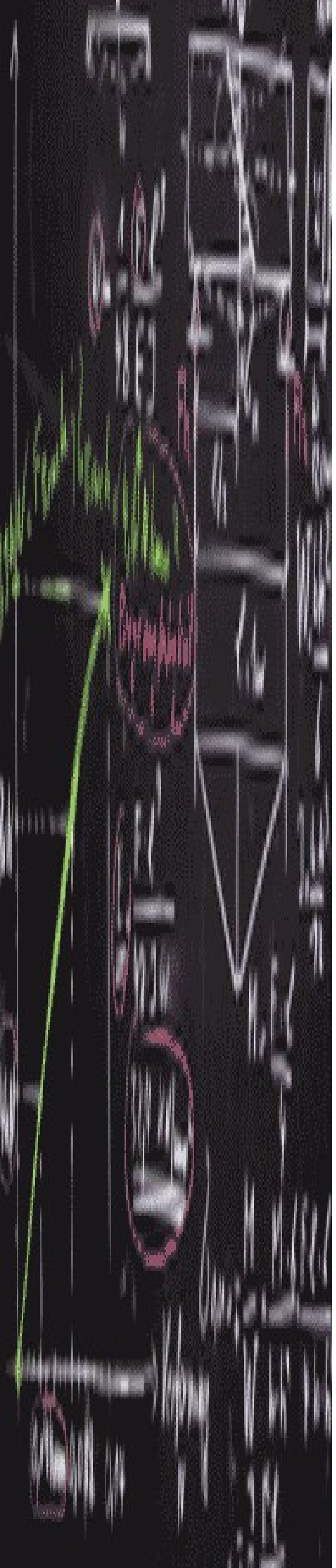
- Ein Punkt für eine korrekte Berechnung.
  Toleranzintervall: [€ 93 Mio.; € 94 Mio.]
- Ein Punkt für die Angabe einer korrekten Vorgehensweise. Die numerische Berechnung des Wertes muss dabei nicht erfolgen.

Quelle: Kompetenzcheck 8. Klasse, Jänner 2016

Quellen für Beispiele

- bifie-Website
- Schulbücher
- weitere Bücher verschiedener Schulbuchverlage

- Austausch mit KollegInnen
- Output entsprechender Seminare



Mündliche Reifeprüfung

Themenpool – ein Beispiel

Thema 22: Wachstums- und Zerfallsprozesse		
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**	**Begriffe und Fachausdrücke**
• Differenzengleichung aufstellen und lösen • Differentialgleichung aufstellen und lösen (auch näherungsweise mit Euler-Cauchy) • Richtungsfeld erstellen und interpretieren • Änderungsmaße berechnen können • lineares Wachstumsmodell • exponentielles Wachstumsmodell • beschränktes Wachstumsmodell • logistisches Wachstumsmodell • Modellannahmen kritisch hinterfragen • Langzeitverhalten analysieren • Wachstumsprozesse mit Technologie simulieren	• Zusammenhang arithmetische Folge und lineare Funktion • Differenzengleichungen und Differentialgleichung im Kontext interpretieren • Zusammenhang geometrische Folge und Exponentialfunktion • Vor- und Nachteile der Wachstumsmodelle im Kontext kennen • Grenzen der Anwendbarkeit eines Modells im Kontext reflektieren	absolute Änderung, Anfangswert, Änderungsrate, beschränkt, Bestand, Bestandsgröße, Differentialgleichung, Differenzengleichung, durchschnittliche Änderung, Euler-Cauchy-Verfahren, exponentiell, Freiraum, Grenzwert, Halbwertszeit, Langzeitverhalten, linear, logistisch, mittlere Änderung, relative Änderung, Richtungsfeld, Trennung der Variablen, Umweltkapazität

Mündliche Reifeprüfung

Fragestellung – ein Beispiel

Thema 22: Wachstums- und Zerfallsprozesse

Frage 1

Der Wissensstand W einer Person hängt von der Lernzeit t (in Stunden) ab.

Ein konkretes Modell ist durch die Differentialgleichung $\frac{dW}{dt} = -0{,}05 \cdot (W - 1)$ gegeben.

Dabei bedeutet W = 1 = 100% so viel wie vollständiges Wissen. Zu Beginn sei W = 50%.

Mündliche Reifeprüfung

Fragestellung – ein Beispiel

- Interpretiere die Differentialgleichung im gegebenen Kontext und stelle ihre Lösungen in einem Richtungsfeld dar! Gib an, welches Wachstumsmodell verwendet wurde und beschreibe, inwiefern diese Art des Wachstums im Richtungsfeld ersichtlich ist.

  Transfer, Reproduktion

  Diskutiere die Qualität des angeführten mathematischen Modells (Modellkritik).

  Reflexion

Mündliche Reifeprüfung

Fragestellung – ein Beispiel

- Interpretiere die Differentialgleichung im gegebenen Kontext und stelle ihre Lösungen in einem Richtungsfeld dar! Gib an, welches Wachstumsmodell verwendet wurde und beschreibe, inwiefern diese Art des Wachstums im Richtungsfeld ersichtlich ist. Transfer, Reproduktion

  Diskutiere die Qualität des angeführten mathematischen Modells (Modellkritik). Reflexion

- Ermittle die Lösungen der Differentialgleichung
  (i) näherungsweise mit dem Verfahren von Euler-Cauchy (mit $\Delta t = 0{,}1$) und
  (ii) exakt durch Trennung der Variablen. Reproduktion

  Vergleiche die beiden Lösungsverfahren im Hinblick auf die Genauigkeit der erhaltenen Lösungsfunktion, den Rechenaufwand und die mathematischen Grundlagen. Transfer