Exemplarische Aufgabenstellungen zum Erfassen struktureller Probleme bei einer Prüfungssituation

Mathematik - 6. Oktober 2017

Sehr geehrte Direktorinnen und Direktoren, liebe Kolleginnen und Kollegen!

Die vorliegenden Aufgaben dienen zur Testung der für die Reifeprüfung gewählten Prüfungsumgebung. Bei der Bearbeitung der Aufgaben dieser 50-minütigen Testung ist höhere Technologie (elektronische Hilfsmittel mit Computeralgebrasystem, Funktionenplotter…) erforderlich. Die Aufgaben sind so gewählt, dass Schüler/innen möglichst oft höhere Technologie einsetzen müssen und dabei zeitgleich am Laptop, Computer, CAS-fähigen Taschenrechner… arbeiten. Daher wäre eine Durchführung in allen Abschlussklassen in derselben Unterrichtseinheit sinnvoll. Simulieren Sie die Prüfungssituation, indem Sie die Testung in jenen Räumlichkeiten absolvieren lassen, in denen Sie auch die Reifeprüfung planmäßig durchführen werden.

Die Testung dient weder der Leistungsüberprüfung der Schüler/innen noch soll sie als "Mustermatura" gelten – so entsprechen die vorliegenden Aufgaben nicht exakt den Vorgaben einer Teil 2 Aufgabe bzw. werden auch keine Lösungserwartungen zur Verfügung gestellt. Die Aufgaben zeigen aber sehr wohl exemplarisch sinnvolle Technologieanwendungen und können somit gut verwendet werden, um die Prüfungssituation mit höherer Technologie zu erproben. Die Bearbeitung aller Aufgaben in der vorgegebenen Zeit wird wahrscheinlich nicht allen gelingen – in dieser Testung geht es darum, intensives Arbeiten mit höherer Technologie am jeweiligen Schulstandort zu erproben, um damit „Schwachstellen" im Vorfeld zu orten.

<u>Empfehlenswerte Vorgehensweise:</u>

- Stunde und Räume der Durchführung festlegen.
- Eventuell zwei Aufsichtspersonen einteilen, sodass ein „Schummeln" schwer möglich ist.
- Aufgaben (auf den nachfolgenden 2 Seiten) in ausreichender Anzahl kopieren (Paper-Pencil-Test) => ausreichend Papier für Notizen/Lösungen der Schüler/innen bereithalten
- Einen Arbeitsplatz im Prüfungssetting so gewährleisten, dass die Eigenständigkeit der Arbeit der jeweiligen Schülerin / des jeweiligen Schülers nicht beeinträchtigt ist, d.h.
  - eventuell Pultteiler und dgl. organisieren
  - die Kommunikation (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerken, Kabelverbindungen und anderen ansteckbaren Erweiterungen) mit anderen unterbinden → Handyverbot
  - sämtliche Eigendaten und Programme, die keine Verwendung für die Aufgabenbearbeitung haben, entfernen (lassen), diese sollen während der Testung nicht zugänglich sein
  - Bei Verwendung eines geräte-/softwareabhängigen "Prüfungsmodus" dürfen Kandidatinnen und Kandidaten diesen erst aktivieren, nachdem Sie die Erlaubnis dazu geben.

Die Schülerarbeiten (und ggf. Ergebnisse) verbleiben bei der jeweiligen Lehrkraft. Rückmeldungen (vornehmlich zu strukturellen Problemen) senden Sie bitte möglichst zeitnahe mittels folgendem Online-Formular (Dauer: ca. 5min): https://goo.gl/forms/6OhlY6ywHneAtv473

Es ist uns wichtig, zu erfahren, ob alles erwartungsgemäß funktioniert hat bzw. in welchen Schulen Probleme bei der Durchführung aufgetaucht sind. Nur dann kann man an einer Lösung arbeiten und eine entsprechende Unterstützung anbieten.
Wir wünschen gutes Gelingen und sind gespannt auf Ihre Rückmeldungen!

Mit freundlichen Grüßen Gritt Steinlechner-Wallpach und Sonja Kramer

Aufgabe 1)

Im Verlauf einer Grippewelle lässt sich die Anzahl an Erkrankten E in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) annähernd durch eine Polynomfunktion 3. Grades mit $E(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$ beschreiben.

Folgende vier Informationen liegen vor:

1) Zu Beginn der Beobachtungen sind 10 Personen an dem Grippevirus erkrankt.
2) Nach einem Tag sind bereits 100 Personen erkrankt.
3) Nach 8 Tagen sind bereits 730 Personen erkrankt.
4) Nach 10 Tagen erreicht die Grippewelle (d. h. die Anzahl an Erkrankten) ihr Maximum.

- Drücken Sie alle gegebenen Informationen zur Grippewelle mithilfe von Gleichungen aus und ermitteln Sie anhand dieser Gleichungen eine Funktionsgleichung von E!

- In welchem Beobachtungszeitraum liefert dieses Modell ein sinnvolles Ergebnis?
  Geben Sie ein derartiges Zeitintervall an und begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 2)

Ein Objekt wird in einer Höhe von 1,5 Metern über dem Boden und einer Geschwindigkeit von v_0 Metern pro Sekunde unter einem bestimmten Abschusswinkel α (gemessen zur Horizontalen) weggeschossen. Die Höhe $h(x)$ des Objekts über dem Boden, in einer horizontalen Entfernung vom Abwurfpunkt gemessen, kann annähernd (bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes) durch eine Funktion h berechnet werden.

Es gilt: $h(x) = 1{,}19 \cdot x - \frac{11{,}87 \cdot x^2}{v_0^2} + 1{,}5$ ($h(x)$ und x in Metern)

- Ein bestimmter Abschusswinkel α liegt der Berechnung von $h(x)$ zugrunde.
  Geben Sie diesen Winkel α in Grad an!

- Geben Sie die größtmögliche Geschwindigkeit v_0 an, mit der dieses Objekt unter dem vorgegebenen Abschusswinkel α abgeschossen werden darf, sodass die horizontale Entfernung in der das Objekt am Boden auftrifft, 10 Meter nicht übersteigt!

- Bei Veränderung der Abschussgeschwindigkeit v_0 liegen die Hochpunkte aller daraus resultierenden Funktionen auf einer Geraden. Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Geraden!

Aufgabe 3)

Bei der Verabreichung eines bestimmten Medikaments kann die Konzentration der Substanz im Blut (in mg/L) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden) durch die Bateman-Funktion c mit

$c(t) = 20 \cdot (e^{-a \cdot t} - e^{-1{,}2 \cdot t})$

angegeben werden. Dabei ist a (mit $a \in \mathbb{R}$ und $0 < a < 1{,}2$) ein personenbezogener Parameter und $t = 0$ entspricht dem Zeitpunkt der Verabreichung der Medikaments. Für Felix gilt $a = 0{,}25$.

- Geben Sie eine Gleichung (in Abhängigkeit von a) an, mit der der Zeitpunkt der maximalen Blutkonzentration berechnet werden kann, und ermitteln Sie diesen Zeitpunkt sowie den Wert der maximalen Blutkonzentration bei Felix!

- Geben Sie eine Gleichung an, mit der jener Zeitpunkt bestimmt werden kann, zu dem das Medikament am raschesten abgebaut wird, und bestimmen Sie die momentane Änderungsrate der Konzentration zu diesem Zeitpunkt (bei Felix)!

- Nach etwa 10 Stunden bleibt die momentane Abbaugeschwindigkeit der Blutkonzentration annähernd konstant. Ermitteln Sie jenen Zeitpunkt, zu dem die Substanz bei Felix vollständig abgebaut ist!

- Bei Lena ist der Wert des Parameters a größer als bei Felix.
  Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Bateman-Funktion verändert, wenn der Wert des Parameters a erhöht wird, und interpretieren Sie diese Veränderung im gegebenen Kontext!

Aufgabe 4) (Quelle: https://aufgabenpool.srdp.at/srp_ahs/download.php?qid=501&file=Waldbewirtschaftung.pdf , adaptiert)

Der Holzbestand eines durchschnittlichen Fichtenwaldes in Österreich beträgt 350 m^3 pro Hektar Waldfläche. Pro Jahr ist mit einem durchschnittlichen Zuwachs von 3,3 % zu rechnen. Bei einer nachhaltigen Bewirtschaftung, wie sie in Österreich vorgeschrieben ist, soll der Holzbestand des Waldes gleich bleiben oder leicht zunehmen.

Der Holzbestand eines 20 ha großen Fichtenwaldes wird in einem Zeitraum von 15 Jahren jährlich jeweils am Ende des Jahres (nachdem der jährliche Zuwachs abgeschlossen ist) um 10 m^3 pro Hektar (also um 200 m^3) verringert.

- Ermitteln Sie den Holzbestand des Fichtenwaldes nach Ablauf von 15 Jahren!

- Geben Sie an, um wie viel m^3 pro Hektar man den Holzbestand des 20 ha großen Fichtenwaldes jährlich höchstens verringern dürfte, damit er am Ende der 15 Jahre auf zumindest 9 500 m^3 zugenommen hat!