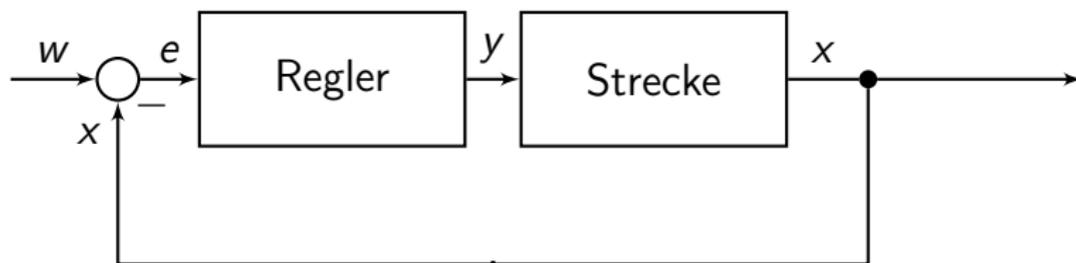
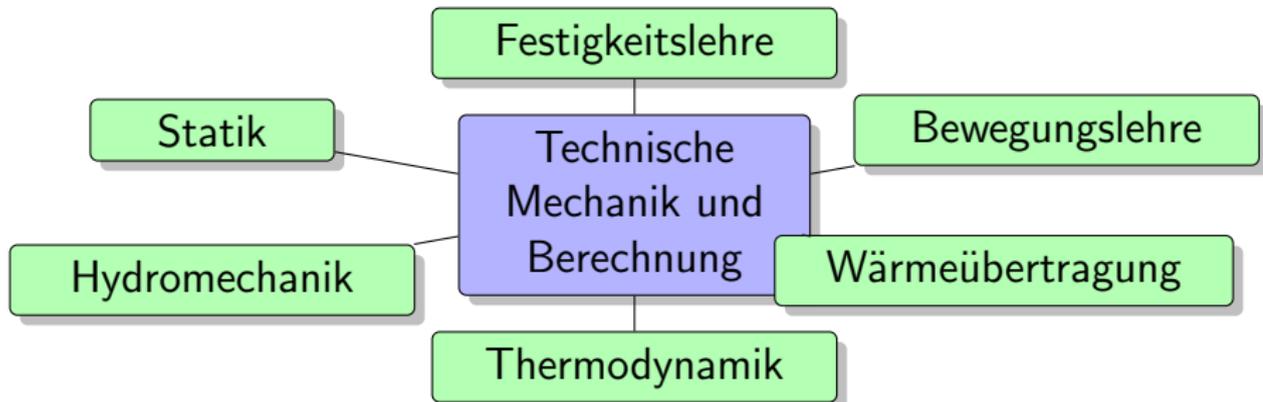


# Umsetzung des neuen EL-Lehrplans

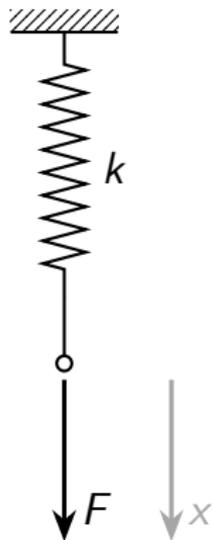
... für Maschinenbauer ...

Dipl.-Ing. Dr.techn. Michael Schwarzbart  
scb@htlwrn.ac.at

# Der Weg zu dynamischen Systemen



# P-Glied mechanisch



Kräftegleichgewicht:

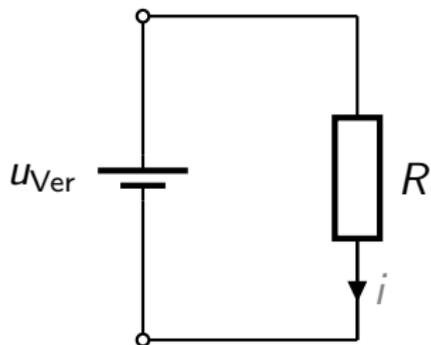
$$\sum_i F_i = 0$$

$$F - F_F = 0$$

$$F - k \cdot x = 0$$

$$x = \frac{1}{k} \cdot F$$

## P-Glied elektrisch



Maschenregel:

$$\sum_i u_i = 0$$

$$u_{\text{Ver}} - u_R = 0$$

$$u_{\text{Ver}} - R \cdot i = 0$$

$$i = \frac{1}{R} \cdot u_{\text{Ver}}$$

# P-Glied laut Norm

DIN ICE 60050-351

## Proportionalglied, P-Glied

lineares zeitinvariantes Übertragungsglied, bei dem die Änderung der Ausgangsgröße proportional der zugehörigen Änderung der Eingangsgröße ist.

Die Übertragungsfunktion eines Proportionalgliedes ist gegeben durch

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = K_P.$$

Dabei ist:  $K_P$  der Proportionalbeiwert;  $s$  die Bildvariable für die Laplace-Transformation;  $U(s)$  die Transformierte der Eingangsgröße;  $V(s)$  die Transformierte der Ausgangsgröße.

## P-Glied laut Norm $\longrightarrow$ CLIL

DIN ICE 60050-351

### **proportional element**

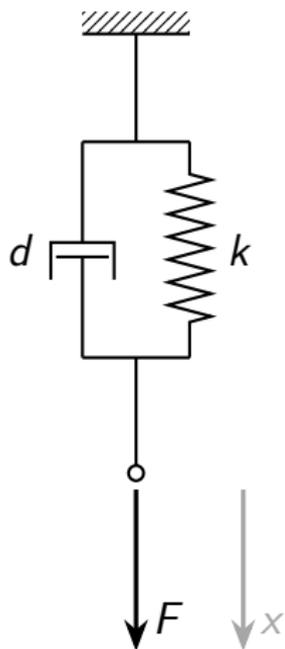
linear time-invariant transfer element the variation of the output variable of which is proportional to the corresponding variation of the input variable.

The transfer function of a P element is given as

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = K_P.$$

where  $K_P$  is the proportional action coefficient;  $s$  is the complex variable of the Laplace transform;  $U(s)$  is the input transform;  $V(s)$  is the output transform.

## P-T<sub>1</sub>-Glied mechanisch



Kräftegleichgewicht

$$\sum_i F_i = 0$$

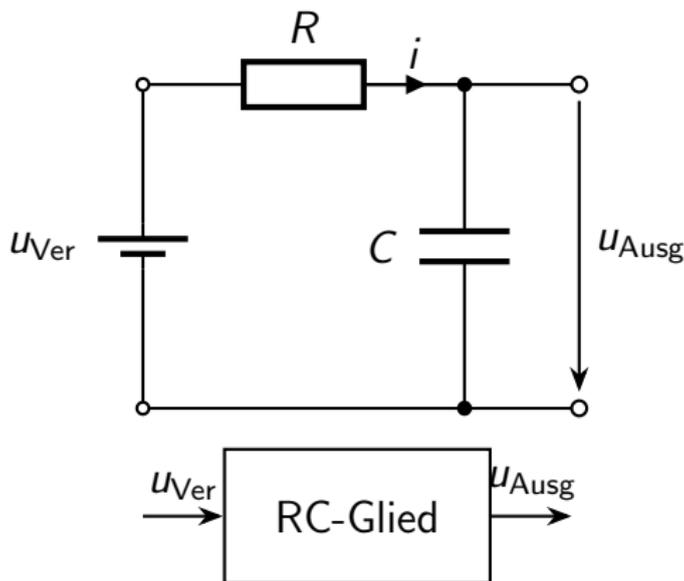
$$F - F_D - F_F = 0$$

$$F - d \cdot \dot{x} - k \cdot x = 0$$

$$\dot{x} \cdot \frac{d}{k} + x = \frac{1}{k} \cdot F$$



# P-T<sub>1</sub>-Glied elektrisch



Maschenregel

$$\sum_i u_i = 0$$

$$u_{Ver} - u_R - u_C = 0$$

und mit  $u_{Ausg} = u_C$ ,  $u_R = i \cdot R$  und  $i = C \frac{du_C}{dt}$

$$\dot{u}_C \cdot RC + u_C = u_{Ver}.$$

## P-T<sub>1</sub>-Glied laut Norm

DIN ICE 60050-351

### P-T<sub>1</sub>-Glied

lineares zeitinvariantes Übertragungsglied, dessen Übertragungsfunktion genau einen reellen negativen Pol und keine Nullstelle besitzt.

Die Übertragungsfunktion eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung ist gegeben durch

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{K_P}{1 + T_1 \cdot s}$$

Dabei ist:  $K_P$  der Proportionalbeiwert;  $T_1$  die Verzögerungszeit bzw. Zeitkonstante;  $s$  die Bildvariable für die Laplace-Transformation;  $U(s)$  die Transformierte der Eingangsgröße;  $V(s)$  die Transformierte der Ausgangsgröße.

# P- $T_1$ -Glied laut Norm $\longrightarrow$ CLIL

DIN ICE 60050-351

## first-order lag element

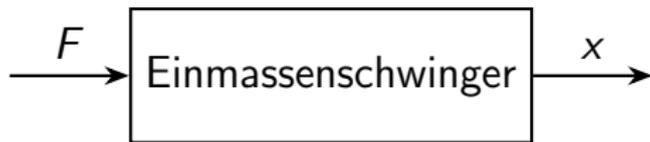
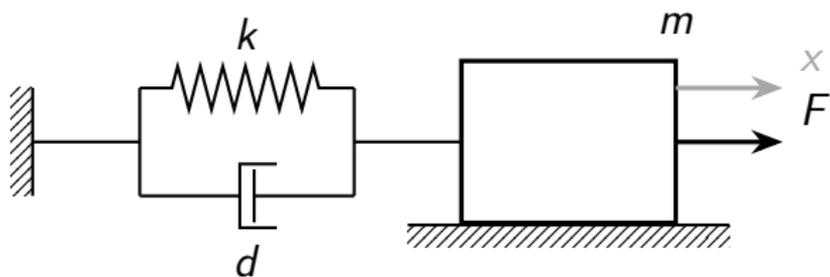
linear time-invariant transfer element the transfer function of which has exactly one real-value negative pole and no zero.

The transfer function of a first-order lag element is given as

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{K_P}{1 + T_1 \cdot s}$$

where  $K_P$  is the proportional action coefficient;  $T_1$  is the time constant;  $s$  is the complex variable of the Laplace transform;  $U(s)$  is the input transform;  $V(s)$  is the output transform.

## P-T<sub>2</sub>-Glied mechanisch



Schwerpunktsatz

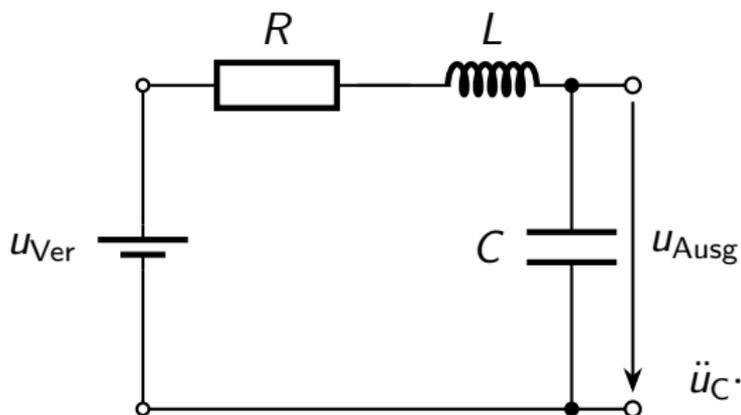
$$\sum_i F_i = m \cdot a$$

$$F - F_D - F_F = m \cdot \ddot{x}$$

$$F - d \cdot \dot{x} - k \cdot x = m \cdot \ddot{x}$$

$$\ddot{x} \cdot \frac{m}{k} + \dot{x} \cdot \frac{d}{k} + x = \frac{1}{k} \cdot F$$

## P-T<sub>2</sub>-Glieder elektrisch



$$\ddot{u}_C \cdot LC + \dot{u}_C \cdot RC + u_C = u_{Ver}.$$



# P-T<sub>2</sub>-Glied laut Norm

DIN ICE 60050-351

## P-T<sub>2</sub>-Glied

lineares zeitinvariantes Übertragungsglied, dessen Übertragungsfunktion genau zwei Pole mit negativem Realteil, die reell oder konjugiert komplex sein können, und keine Nullstellen besitzt. Die Übertragungsfunktion eines Verzögerungsgliedes zweiter Ordnung ist gegeben durch

für zwei reelle Pole

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{K_P}{(1 + T_1 \cdot s) \cdot (1 + T_1 \cdot s)}$$

für ein konjugiert komplexes Polpaar

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{K_P}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2 \cdot \vartheta \cdot \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

Dabei ist  $K_P$  der Proportionalbeiwert;  $T_1$ ,  $T_2$  die Zeitkonstanten;  $\vartheta$  der Dämpfungsgrad;  $\omega_0$  die Kennkreisfrequenz;  $s$  die Bildvariable für die Laplace-Transformation;  $U(s)$  die Transformierte der Eingangsgröße;  $V(s)$  die Transformierte der Ausgangsgröße.

# P-T<sub>2</sub>-Glied laut Norm → CLIL

DIN ICE 60050-351

## second-order lag element

linear time-invariant transfer element the transfer function of which has exactly two poles with negative real parts which may be real or complex conjugate and no zeros.

The transfer function of a second-order lag element is given as

for two real poles

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{K_P}{(1 + T_1 \cdot s) \cdot (1 + T_1 \cdot s)}$$

for a complex conjugate pair of poles

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{K_P}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2 \cdot \vartheta \cdot \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

where  $K_P$  is the proportional action coefficient;  $T_1$ ,  $T_2$  are the time constants;  $\vartheta$  is the damping ratio;  $\omega_0$  is the characteristic angular frequency;  $s$  is the complex variable of the Laplace transform;  $U(s)$  is the input transform;  $V(s)$  is the output transform.

# Lösung von DGLn im Zeitbereich

**Aufschreiben der homogenen DGL**

**Bestimmung der charakteristischen Gleichung**

**Lösung der charakteristischen Gleichung berechnen**

**Aufschreiben der homogenen Lösung**

**Hinzufügen der partikulären Lösung**

**Bestimmung der Integrationskonstanten mit Hilfe  
der Anfangsbedingungen**

# Laplace-Transformation

Eine Funktion  $f(t)$  heißt Laplace-transformierbar, wenn das uneigentliche Integral

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} := \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

für ein  $s \in \mathbb{R}$  konvergiert.

$$f(t) = e^{\omega t}$$

	$f(t) = e^{\omega t}$	$F(s) = \frac{1}{s-\omega}$
$\omega = 0$	1	$\frac{1}{s}$
$\omega = k$	$e^{kt}$	$\frac{1}{s-k}$
$\omega = i\omega$	$e^{i\omega t}$	$\frac{s}{s^2+\omega^2} + i \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$

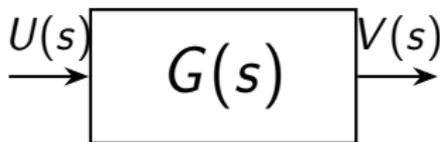
# Laplace transformation

DGL (Zeitbereich)

$$a_n v^{(n)}(t) + a_{n-1} v^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 \dot{v} + a_0 v = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 \dot{u} + b_0 u$$

Übertragungsfunktion (Bildbereich)

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$



# Regler

$$y(t) = K_P \left( e + \frac{1}{T_N} \int_0^t e dt + T_V \frac{de}{dt} \right)$$

$$Y(s) = K_P \left( E + \frac{1}{T_N \cdot s} E + T_V s E \right)$$

Reglerverstärkung  $K_{PR}$

Nachstellzeit  $T_N$

Vorhaltezeit  $T_V$

Wie finde ich "gute" Reglerparameter?

